

オーダーブックインバランスを考慮した戦略をもつHFTが市場から受ける影響について

福富 巧¹ 星野 真広² 水田 孝信³ 八木 勲^{1*}
Takumi Fukutomi¹, Mahiro Hoshino², Takanobu Mizuta³, Isao Yagi¹

¹ 工学院大学情報学部システム数理学科

¹ Department of Information Systems and Applied Mathematics, Faculty of Informatics,
Kogakuin University

² 神奈川工科大学大学院情報工学専攻

² Graduate School of Engineering, Department of Information and Computer Sciences,
Kanagawa Institute of Technology

³ スパークス・アセット・マネジメント株式会社

³ SPARX Asset Management Co., Ltd.

Abstract: オーダーブックインバランスとリターンには正の相関があることが知られている。この特性は高頻度取引（HFT）にも有用であると考えられている。そこで本研究ではオーダーブックインバランスを考慮した HFT モデルを提案し、いくつかの市場パターンにおいて本モデルがどのような影響を受けるのか検証を試みた。その結果、市場が安定しているときはポジションマーケットメイク戦略型 HFT より安定的に高いパフォーマンスを示す一方、フラッシュクラッシュのような市場が一時的に大きく不安定になるときや見せ玉のような相場操作によって市場が歪められたときはポジション戦略型 HFT よりパフォーマンスが悪化する傾向を示すことがわかった。

1 はじめに

近年コンピュータを利用して高速で取引する高頻度取引（High Frequency Trading, HFT）が金融市場において重要な位置を占めるようになってきた。HFT は市場安定時には市場に流動性を供給すると言われている。しかし、フラッシュ・クラッシュ発生時のように市場が不安定になった際は注文の供給を手控えてしまい、それが市場不安定化に拍車をかけているのではないかという批判の声がある。他方で、金融危機のような日数を要した下落局面ではスプレッド面における流動性は供給しているという報告もあり [Ohyama 21]、HFT が市場急落時にどのように振る舞い、そして市場にどのような影響を与えているのかはまだ議論の余地がある。

これまでに HFT にはいろいろな戦略があることが報告されているが [ASIC—Australian 10, Hosaka 14, Hagströmer 13]、その中でマーケットメイク戦略が代表的な戦略であることがわかっている [Hagströmer 13]。一方、金融市場の最良気配値付近における注文の偏りはオーダーブックインバランス（OBI）と呼ばれ、

OBI と将来のリターンと相関がある¹ことが知られており [Cartea 15, Cartea 18]、HFT はこの特性を利用していることも実証分析にて報告されている [Cao 09, Cont 14, Goldstein 18]。その具体的な戦略について報告されたものはあまりみかけないが、Stoikov [Stoikov 17] は実データに基づいて OBI によって調整した値を中値（最良買い気配値と最良売り気配値の平均）に加えたマイクロ価格を提案し、この価格が HFT におけるリターン予測に役立つことを示している。

2010 年 5 月に米国で発生したフラッシュ・クラッシュにおいては、多くの要因が絡み合って発生したと言われているが [SEC 10]、その際にわかに見せ玉操作が目された [Vaughan 20]。見せ玉とは相場操作の 1 つで、実際は取引するつもりのない注文を注文板上に大量に出し、その板情報を見た投資家たちに注文の需給を誤解させて、市場価格を操作する手法である。HFT は速さを追求するために比較的単純なアルゴリズムで構築されていることが多く、フラッシュ・クラッシュや見せ玉操作など想定されていない事態が発生すると多くの損失を出す恐れがある。奇しくも同年に一部の HFT 業者が金融当局に見せ玉の既成強化を訴えており [Vaughan 20]、

*工学院大学情報学部システム数理学科
〒163-8677 東京都新宿区西新宿 1-24-2
E-mail: iyagi2005@gmail.com

¹最良気配値付近の買い注文が売り注文より多いと、正のリターンが得られ、売り注文が買い注文より多いと、負のリターンとなる。

見せ玉は HFT に少なからず影響を与えることが想定される。

フラッシュ・クラッシュや見せ玉操作のような想定外の事象によって HFT が受ける影響を分析しようとしたとき、実際にそのような事象を発生させることは規模的にも倫理的にも非現実的である。仮に発生させたとしても市場にはさまざまな外的要因が同時に存在するため、注目している事象の直接的な影響のみ抽出することは困難である。本研究では人工市場を利用することで、これらの障壁を回避し、注目している事象が市場に与える本質的な影響の分析を試みた。人工市場はコンピュータ上に仮想的に構築された金融市場マルチエージェントシステムである [Chiarella 09, Chen 12, Yeh 13]。人工市場では、投資家を想定したエージェントにそれぞれ固有の売買手法を与え、そのルールに基づいて金融資産の取引をさせる。そして、多数のエージェントの振る舞いによって市場がどのように変化するか、そして変化した市場の影響をエージェントはどのように受けるかを確認することができる。

本研究では、人工市場上に 3 つの市場環境（安定した市場、フラッシュ・クラッシュが発生する市場、見せ玉操作が行われる市場）を用意し、HFT 戦略の中では一般的なマーケットメイク戦略をとる HFT と、それに OBI を考慮した戦略を組み合わせた HFT が運用成績においてそれぞれどのような影響を受けるのかを観察する。

2 人工市場モデル

本研究では Yagi et al.[Yagi 20] の人工市場モデルを基にモデルの構築を行った。

取引に参加するエージェント種別は、一般投資家エージェントと HFT エージェントである。HFT エージェントは次の 3 種類用意する。すなわち、ポジションマーケットメイク戦略をとるポジションマーケットメイカー (PMM)、それに OBI 戦略を組み合わせたオーダーブックインバランスマーケットメイカー (POMM)、OBI と将来リターンの相関を負と捉えた戦略を採用するリバースオーダーブックインバランスマーケットメイカー (PrOMM) である。PrOMM は現実の戦略には即していないかもしれないが比較対象として用意した。

本モデルでは、一つの資産のみを取引対象とする。一般投資家エージェントは $n(0 \leq j \leq n-1)$ 体市場に参入し、 j は 0 から順に注文を出していく。そして $j = n-1$ まで注文を出し終えたあと $j = 0$ に戻る。市場に参入する HFT エージェントは 3 種類のうちどれか 1 体のみで、一般投資家エージェントが每期発注する前に売りと買いの注文両方を出す。時刻 t は一般投資家エージェント 1 体が注文を出すたびに 1 だけ増える。注文をし

ただけで取引が成立しない場合も時刻 t は 1 ステップ進む。HFT エージェントの注文では時刻 t は進まないものとする。

このモデルでの価格決定メカニズムは、買い手と売り手が価格を提示し、両者の提示価格が合致するとその価格での取引が成立するザラバ方式（連続ダブルオークション方式）とした。

2.1 一般投資家エージェント (NA)

一般投資家エージェント (NA) は、一般的な投資戦略に基づいて取引を行う投資家を想定したエージェントであるが、現実の市場がもつ特性を再現する役割も担っている。NA は次の 3 つの取引戦略を組み合わせる。1 つめはファンダメンタル価格を参照し投資判断を行うファンダメンタル戦略、2 つめは過去の価格推移を利用して投資行動を行うテクニカル戦略、3 つめは試行錯誤的な投資判断を表すノイズ戦略である。また、市場状況の変化にあわせて学習することで、ファンダメンタル戦略とテクニカル戦略の比重を適宜切り替えていく。

以下に NA の注文プロセスと学習プロセスを記す。

まず、注文プロセスから述べる。NA は以下の手順に従い、買いと売りの判断を行う。NA j が時刻 t の時に予想する価格の変化率（予想リターン） $r_{e_j}^t$ は式 (1) から求められる。

$$r_{e_j}^t = \frac{1}{w_{1_j}^t + w_{2_j}^t + u_j} (w_{1_j}^t r_{1_j}^t + w_{2_j}^t r_{2_j}^t + u_j \epsilon_j^t) \quad (1)$$

ここで、 $w_{i_j}^t$ は時刻 t における NA j の i 項目の重みであり、シミュレーション開始時にそれぞれ 0 から $w_{i_{max}}$ までの一様乱数で決める。右辺のカッコ内の 1 項目の $w_{1_j}^t$ はファンダメンタル戦略の成分の重み、2 項目の $w_{2_j}^t$ はテクニカル戦略の成分の重みである。これらは学習プロセスにて変化する。 u_j はノイズ戦略の成分の重みであり、シミュレーション開始時にそれぞれ 0 から u_{max} までの一様乱数で決められ、シミュレーション中は変化しない。これらの重みは互いに独立して変化する。これら 3 つの重みによる影響は式 (1) の右辺の最初の項にて正規化することで平準化している。

$r_{i_j}^t$ は時刻 t における NA j の i 項目の予想リターンである。1 項目の $r_{1_j}^t$ はファンダメンタル成分のリターンであり、 $\ln(P_f/P^{t-1})$ とする。これは、ファンダメンタル価格と 1 期前の市場価格を比較し、市場価格の方が低ければ正、高ければ負のリターンを予想していることを意味する。 P_f は時間で変化しない一定のファンダメンタル価格である。 P^t は時刻 t における市場価格（取引されなかった時刻では直近取引された価格であり、 $t=0$ では $P^t = P_f$ とする）である。2 項目の $r_{2_j}^t$ はテクニカル成分の予想リターンであり、 $\ln(P^{t-1}/P^{t-1-\tau_j})$

とする。これは、過去のリターンが正なら正、負なら負のリターンを予想していることを意味する。 τ_j は1から τ_{max} までの一様乱数でエージェントごとに決める。 ϵ_j^t は時刻 t におけるエージェント j のノイズ成分であり、平均0、標準偏差 σ_ϵ の正規分布乱数である。

式 (1) で導いた予想リターンを基に予想価格 $P_{e_j}^t$ を式 (2) で求める。

$$P_{e_j}^t = P^{t-1} \exp(r_{e_j}^t) \quad (2)$$

注文価格 $P_{o_j}^t$ は $P_{e_j}^t - P_d$ から $P_{e_j}^t + P_d$ までの一様乱数で決める。そして、 $P_{o_j}^t$ が $P_{e_j}^t$ より小さければ、リスク資産1単位の買い注文を出し、 $P_{o_j}^t$ が $P_{e_j}^t$ より大ければ、リスク資産1単位の売り注文を出す。

次に学習プロセスについて述べる。学習はエージェントごとに注文の直前に行われ、各成分の予想リターン $r_{i_j}^t$ ($i = 1, 2$) の符号の向きと学習期間のリターン $r_l^t = \ln(P^{t-1}/P^{t-1-t_l})$ の符号の向きとを比較し、 $w_{i_j}^t$ を式 (3) のように書き換える。

$$\begin{aligned} & \text{同符号なら,} \\ & w_{i_j}^t \leftarrow w_{i_j}^t + k_l |r_l^t| q_j^t (w_{i_{max}} - w_{i_j}^t) \\ & \text{異符号なら,} \\ & w_{i_j}^t \leftarrow w_{i_j}^t - k_l |r_l^t| q_j^t w_{i_j}^t \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 k_l は定数、 q_j^t は時刻 t 、エージェント j に与えられる0から1までの一様乱数である。つまり、式 (3) では、価格変化の方向の予測と現実の価格変化の方向が一致した戦略の重みを引き上げ、外れている戦略の重みを引き下げるようにしている。また式 (3) の学習プロセスとは別に、 $w_{i_j}^t$ を確率 δ_l で0から $w_{i_{max}}$ までの一様乱数にて再設定を行う。これは、これまでの投資戦略を抜本的に見直すために、試行錯誤的により良い戦略を模索している姿を、客観的にモデル化したものである。

2.2 HFT エージェント

HFT エージェントは、2節で述べたように、ポジションマーケットメイカー (PMM)、オーダーブックインバランスマーケットメイカー (POMM)、リバースオーダーブックインバランスマーケットメイカー (PrOMM) を用意した。

PMM は自分自身のポジション (保有しているリスク資産数で、買いポジションを正、空売りポジションを負で表す) を考慮に入れ、最良買い気配値と最良売り気配値から注文基準価格を求める。そして、この価格に提示スプレッド (1取引あたりの期待利益率) を加えた価格で売り注文を、減じた価格で買い注文を同時に出す [Yagi 20]。

POMM と PrOMM は、注文基準価格を求める際に、ポジションだけでなく市場の買いデプス (注文板上の最良買い気配値から一定のティック下までの間に存在する買い注文数) と売りデプス (注文板上最良売り気配値から一定ティック上までの間に存在する売り注文数) の差も考慮する。

時刻 t における取引市場の最良売り気配値を $P^{t,sell}$ 、最良買い気配値を $P^{t,buy}$ 、これらの中値を $P^{t,mid} (= (P^{t,sell} + P^{t,buy})/2)$ 、HFT エージェントの提示スプレッドを θ_{pm} 、時刻 t と $t+1$ の間に HFT エージェントが抱えるポジションを s_{pm}^t 、ポジション考慮度を w_{pm} とすると、HFT エージェントの注文基準価格 $P_{fv,pm}^t$ 、買い注文価格 $P_{o,pm}^{t,buy}$ 、売り注文価格 $P_{o,pm}^{t,sell}$ は式 (4)、式 (5)、式 (6) で与えられるものとする。

$$P_{fv,pm}^t = \left(1 - w_{pm} (s_{pm}^t)^3\right) P^{t,mid} \quad (4)$$

$$P_{o,pm}^{t,buy} = P_{fv,pm}^t - \frac{1}{2} P_f \theta_{pm} \quad (5)$$

$$P_{o,pm}^{t,sell} = P_{fv,pm}^t + \frac{1}{2} P_f \theta_{pm} \quad (6)$$

このモデル化によって買い (売り) ポジションが大きくなるほど、売り (買い) 注文が約定しやすくなる。

次に、時刻 t の OBI o_{pm}^t を式 (7) のように定義する。

$$o_{pm}^t = \frac{Dp^{t,buy} - Dp^{t,sell}}{Bp^{t,buy} + Bp^{t,sell}} \quad (7)$$

ただし、 $Dp^{t,buy}$ 、 $Dp^{t,sell}$ 、 $Bp^{t,buy}$ 、 $Bp^{t,sell}$ は、それぞれ時刻 t の最良買い気配値から Dp ティック下までの買いデプス、最良売り気配値から Dp ティック上までの売りデプス、買い注文板にある注文総数、売り注文板にある注文総数を表す。

さらにオーダーブックインバランス考慮度を w_{om} としたとき、POMM と PrOMM の注文基準価格 $P_{fv,pom}^t$ と $P_{fv,prom}^t$ 、買い注文価格 $P_{o,pom}^{t,buy}$ と $P_{o,prom}^{t,buy}$ 、売り注文価格 $P_{o,pom}^{t,sell}$ と $P_{o,prom}^{t,sell}$ は、それぞれ式 (8)、式 (9)、式 (10)、式 (11)、式 (12)、式 (13) で与えられるものとする。

$$P_{fv,pom}^t = \left(1 - w_{pm} (s_{pm}^t)^3 + w_{om} (o_{pm}^t)^2\right) P^{t,mid} \quad (8)$$

$$P_{fv,prom}^t = \left(1 - w_{om} (s_{pm}^t)^3 - w_{om} (o_{pm}^t)^2\right) P^{t,mid} \quad (9)$$

$$P_{o,pom}^{t,buy} = P_{fv,pom}^t - \frac{1}{2} P_f \theta_{pm} \quad (10)$$

$$P_{o,pom}^{t,sell} = P_{fv,pom}^t + \frac{1}{2} P_f \theta_{pm} \quad (11)$$

$$P_{o,prom}^{t,buy} = P_{fv,prom}^t - \frac{1}{2}P_f\theta_{pm} \quad (12)$$

$$P_{o,prom}^{t,sell} = P_{fv,prom}^t + \frac{1}{2}P_f\theta_{pm} \quad (13)$$

このモデル化によって、POMMは買い（売り）デプスが売り（買い）デプスより大きくなるほど、買い（売り）注文が約定しやすくなる。反対にPrOMMは売り（買い）注文が約定しやすくなる。

ここで、HFT エージェントの成行注文を防ぐため、 $P_{o,prom}^{t,buy} \geq P_{o,prom}^{t,sell}$ もしくは、 $P_{o,prom}^{t,sell} \leq P_{o,prom}^{t,buy}$ を満たすとき、HFT エージェントの発注価格を式(14)、式(15)のように設定しなおす。これにより買い注文と売り注文の価格が逆転することも防ぐことができる。

$P_{o,prom}^{t,buy} \geq P_{o,prom}^{t,sell}$ のとき、

$$\begin{aligned} P_{o,prom}^{t,buy} &= P_{o,prom}^{t,sell} - \Delta P, \\ P_{o,prom}^{t,sell} &= (P_{o,prom}^{t,sell} - \Delta P) + P_f \cdot \theta_{pm} \end{aligned} \quad (14)$$

$P_{o,prom}^{t,sell} \leq P_{o,prom}^{t,buy}$ のとき、

$$\begin{aligned} P_{o,prom}^{t,buy} &= (P_{o,prom}^{t,buy} + \Delta P) - P_f \cdot \theta_{pm}, \\ P_{o,prom}^{t,sell} &= P_{o,prom}^{t,buy} + \Delta P \end{aligned} \quad (15)$$

3 実験

本実験では3つの市場環境を想定する。1つ目は価格変動が安定した市場（安定市場）で、2つ目はフラッシュ・クラッシュが発生した市場（急落市場）、3つ目は見せ玉操作が行われた市場（相場操作市場）である。これらの市場環境において、2.2節で提案した3種類のHFT エージェントのポジションと運用成績について確認する。

市場環境は次のようにモデル化することで実現する。

まず安定市場は、所与のファンダメンタル価格 P_f を試行期間中一定に保つことで実現する。

次に、急落市場は、NAに時刻100,001期から130,000期にかけての30,000期の間、20%の確率で注文価格1の売り注文を出させることで、フラッシュ・クラッシュを再現させる。HFT エージェントは急落中も含めシミュレーション期間中は2.2節のモデルにしたがって注文を発注し続ける。

最後に相場操作市場では、時刻100,000期から100,000期ごとに見せ玉 S_p を最良売り気配値の注文と最良買い気配値の注文に交互に上乗せしていく。具体的には、100,000期から199,999期の間、式(7)の $Dp^{t,sell}$ と $Bp^{t,sell}$ に S_p を上乗せし、次の100,000期の間は $Dp^{t,buy}$ と $Bp^{t,buy}$ に見せ玉 S_p を上乗せする。今回は $S_p = 200$ とした。これ以降も交互に見せ玉を上乗せしていく。これによりPOMMとPrOMMのみが市場の注文の需給関係を誤解するようにモデル化される。

表 1: HFT エージェントの運用成績

	PMM	POMM	PrOMM
安定市場	29,289.0	31,279.8	7,168.9
急落市場	-1,090.8	-22,897.1	33,232.4
相場操作市場	29,006.5	24,479.8	-652.35

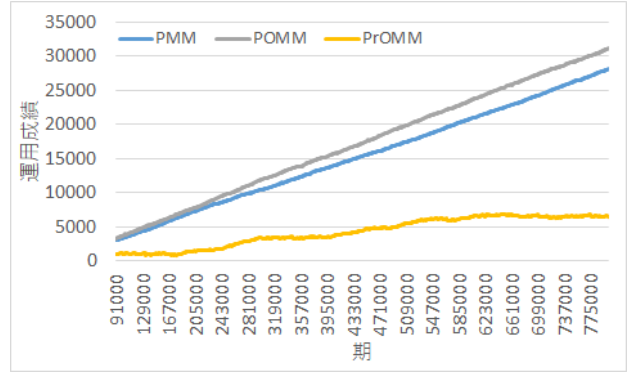


図 1: 安定市場における各 HFT の運用成績

その他の各パラメータの値は $n = 1000$, $w_{1max} = 1$, $w_{2max} = 10$, $u_{max} = 1$, $\tau_{max} = 10,000$, $\sigma_\epsilon = 0.06$, $P_d = 1,000$, $\Delta P = 1.0$, $P_f = 10,000$, $t_l = 10,000$, $t_c = 10,000$, $t_e = 1,000,000$, $k_l = 4.0$, $\delta_l = 0.01$, $w_{pm} = 0.00000005$, $\theta_{pm} = 0.003$, $w_{om} = 10$ とする². t_e はシミュレーション終了時の時刻である。

4 結果と考察

それぞれの市場環境下における3種類のHFT エージェントのシミュレーション終了時の運用成績を表1に記す。これらの値は20試行の平均である。図1, 2, 3は、それぞれ安定市場、急落市場、相場操作市場における各HFT エージェントの運用成績推移である。

安定市場においては、POMMがPMMよりよい運用成績となっているが、急落市場や相場操作市場においてはPMMが最も市場からの影響が少ない。一方で、急落市場においては、オーダーブックインバランスと将来リターンの相関を負と捉えた戦略を採用するリバースオーダーブックインバランスマーケットメイカー (PrOMM) が最もよいパフォーマンスをもたらす可能性があるという興味深い知見も得られた。

POMMは安定市場ではPMMとPrOMMに比べてよい運用成績であるがそれ以外ではよくないことがわかる。PrOMMは急落市場でのみよい成績を残している。一方、PMMは、急落市場では運用成績がよくないが、その他の市場では安定した運用成績となること

²モデルの妥当性は実証研究 [Sewell 11, Cont 01] で得られている統計的性質 (Stylized fact) が満たされているかで判断した。

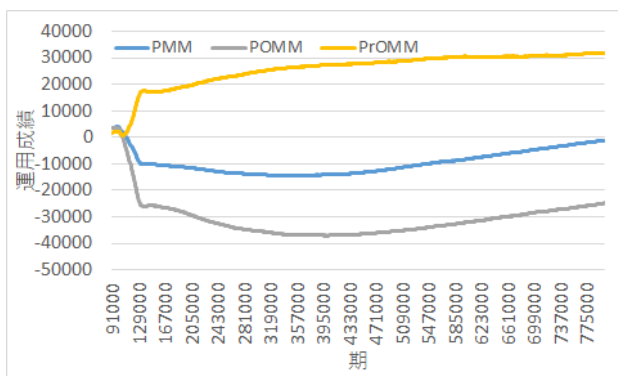


図 2: 急落市場における各 HFT の運用成績

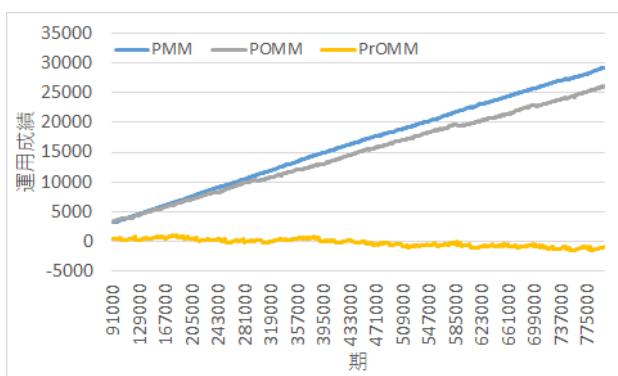


図 3: 相場操作市場における各 HFT の運用成績

がわかった。OBI を考慮した戦略は、市場が不安定になるとハイリスクハイリターン傾向が出てくるようである。

5 まとめ

本研究では、人工市場を用いてオーダーブックインバランス戦略をもつ HFT の運用成績がいくつかの市場環境（安定市場、フラッシュ・クラッシュが発生した急落市場、見せ玉操作が行われる相場操作市場）においてどのような影響を受けるか調査した。その結果、安定市場においてはオーダーブックインバランス戦略とポジションマーケットメイク戦略を組合わせたオーダーブックインバランスマーケットメイカー（POMM）がポジションマーケットメイク戦略のみのポジションマーケットメイカー（PMM）よりよい運用成績を残す可能性が高いことが分かった。しかし、急落市場や相場操作市場など不安定な市場においては PMM が最も市場からの影響が少ないことがわかった。一方で、急落市場においては、オーダーブックインバランスと将来リターンの相関を負と捉えた戦略を採用するリバースオーダーブックインバランスマーケットメイカー（PrOMM）が最もよいパフォーマンスをもたらす可能性があるとい

う興味深い知見も得られた。これらの結果を総括すると、OBI を考慮した戦略は、市場が不安定になるとハイリスクハイリターン傾向が出てくるのがわかった。今後の課題としては、これらの結果がなぜ起こるのかを人工市場の内部メカニズムを分析することで説明していくことが挙げられる。

留意事項

本論文はスパークス・アセット・マネジメント株式会社の公式見解を表すものではありません。すべては個人的見解であります。

参考文献

- [ASIC—Australian 10] ASIC—Australian Securities, Commission, I. 他: Report 215: “Australian equity market structure”, *Regulatory Report* (2010)
- [Cao 09] Cao, C., Hansch, O., and Wang, X.: The information content of an open limit-order book, *Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products*, Vol. 29, No. 1, pp. 16–41 (2009)
- [Cartea 15] Cartea, Á., Jaimungal, S., and Penalva, J.: *Algorithmic and high-frequency trading*, Cambridge University Press (2015)
- [Cartea 18] Cartea, A., Donnelly, R., and Jaimungal, S.: Enhancing trading strategies with order book signals, *Applied Mathematical Finance*, Vol. 25, No. 1, pp. 1–35 (2018)
- [Chen 12] Chen, S.-H., Chang, C.-L., and Du, Y.-R.: Agent-based economic models and econometrics, *The Knowledge Engineering Review*, Vol. 27, No. 2, pp. 187–219 (2012)
- [Chiarella 09] Chiarella, C., Iori, G., and Perelló, J.: The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 33, No. 3, pp. 525–537 (2009)
- [Cont 01] Cont, R.: Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues, *Quantitative Finance*, Vol. 1, pp. 223–236 (2001)
- [Cont 14] Cont, R., Kukanov, A., and Stoikov, S.: The price impact of order book events, *Journal of financial econometrics*, Vol. 12, No. 1, pp. 47–88 (2014)

- [Goldstein 18] Goldstein, M. A., Kwan, A., and Philip, R.: High-frequency trading strategies, *SSRN Electronic Journal*, Vol. 10, (2018)
- [Hagströmer 13] Hagströmer, B. and Nordén, L.: The diversity of high-frequency traders, *Journal of Financial Markets*, Vol. 16, No. 4, pp. 741 – 770 (2013), High-Frequency Trading
- [Hosaka 14] Hosaka, G.: Analysis of High-frequency Trading at Tokyo Stock Exchange, Jpx working papers, Japan Exchange Group (2014)
- [Ohyama 21] Ohyama, A., Fukuyama, Y., Okude, S., and Suzuki, K.: Characterization of High-Speed Trading, Fsa staff reports, Financial Services Agency (2021)
- [SEC 10] SEC, U. and CFTC, C.: Findings regarding the market events of May 6, 2010, *Washington DC* (2010)
- [Sewell 11] Sewell, M.: Characterization of financial time series (2011)
- [Stoikov 17] Stoikov, S.: The micro-price: A high frequency estimator of future prices, *Available at SSRN 2970694* (2017)
- [Vaughan 20] Vaughan, L.: *Flash Crash: A Trading Savant, a Global Manhunt, and the Most Mysterious Market Crash in History*, Doubleday (2020)
- [Yagi 20] Yagi, I., Masuda, Y., and Mizuta, T.: Analysis of the Impact of High-Frequency Trading on Artificial Market Liquidity, *IEEE Transactions on Computational Social Systems*, Vol. 7, No. 6, pp. 1324–1334 (2020)
- [Yeh 13] Yeh, C.-H. and Yang, C.-Y.: Do price limits hurt the market?, *Journal of Economic Interaction and Coordination*, Vol. 8, No. 1, pp. 125–153 (2013)