移動平均算出期間の動的な調整手法による価格変動の解析

Price Fluctuation Analysis Using Dynamic Adaptation of Sampling Period of Moving Average

松井 宏樹 [1*]　野田 五十樹 [2]　尹 熙元 [1]
Hiroki Matsui[1]　Itsuki Noda[2]　Hiwon Yoon[1]

[1] 株式会社シーエムディーラボ
[1] CMD Labolatory Inc.
[2] 独立行政法人産業技術総合研究所 情報技術研究部門
[2] Information Technology Research Institute, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology.

Abstract: In this paper, we propose a method to adapt sampling period of moving average dynamically and to analyze the kind of price changes. We also show finding trends as experimental results of price fluctuation analysis using the proposed method.

1 はじめに

外国為替市場における為替レートや株式市場における株価といった金融市場における価格は，常に変動しつづけているがその理由は様々である．ソニーショックやサブプライムローン問題など記録に残る大きな変動は，多くの人が認める変動の理由によって説明がなされる．しかし日々の小さな変動についてはそれが本質的な変化なのか，あるいはノイズによるゆらぎなのかその判断は難しい．

本稿では，野田が提案した動的環境における強化学習のステップサイズパラメータ調整法 [3] を株式市場のティックデータに適用することで，株価変動の性質を分析することを試みた．

2 動的環境における強化学習のステップサイズパラメータ調整

本章では，本研究で使用する手法について説明する．

2.1 強化学習におけるステップサイズパラメータ

強化学習 [4] とは未知の環境において状態を観測し，行動を決定するということを繰り返す過程で，得られた報酬を元に選択した行動の価値を推定する学習手法である．この価値の推定で用いられる式を一般化すると，下記のような指数平滑移動平均 (Exponential Moving Average, EMA) の式で表される．

$$\tilde{x}_{t+1} = (1-\alpha)\tilde{x}_t + \alpha x_t \quad (1)$$

ここで x_t および $\tilde{x}_t$ は，行動によって実際に観測された値（報酬など）およびその推定値であり，時刻 t により更新されていく．α が本稿で着目する**ステップサイズパラメータ**（学習率）であり，直近の観測値 x_t をどれだけ重視するか，あるいはどの程度長い時間の移動平均として推定値 $\tilde{x}_t$ を求めるかを示す値である．一般に，式 (1) で求められる $\tilde{x}_t$ は，x_t について $T = \frac{2}{\alpha} - 1$ の期間の単純移動平均を近似していることが知られている．

2.2 再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ勾配降下法 (GDASS)

本研究では，株価の時系列データに対して**再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ勾配降下法**（Gradient Descent Adaptation of Stepsize by Recurrent Exponential Moving Average, GDASS-by-REMA あるいは GDASS）を適用する．各ティック時刻において観測された株価をもとに，GDASS を用いて適宜ステップサイズパラメータの調整を行い，調整されたステップサイズパラメータから変動の性質を分析する．

以下に，GDASS について簡単に説明する．GDASS

*連絡先： 株式会社シーエムディーラボ
東京都渋谷区神宮前 2-14-19 楠田ビル 1F
E-mail: matsui@cmdlab.co.jp

の詳細については，文献 [3] を参照されたい．

まず，式 (1) を再帰的に適用した再帰的指数平滑移動平均 (Recursive Exponential Moving Average, REMA) $\xi_t^{\langle k\rangle}$ を導入する．

$$
\begin{aligned}
\xi_t^{\langle 0\rangle} &= x_t \\
\xi_t^{\langle 1\rangle} &= \tilde{x}_t = (1-\alpha)\tilde{x}_t + \alpha x_t \\
\xi_{t+1}^{\langle k\rangle} &= (1-\alpha)\xi_t^{\langle k\rangle} + \alpha\xi_t^{\langle k-1\rangle} \\
&= \alpha\sum_{\tau=0}^{\infty}(1-\alpha)^{\tau}\xi_{t-\tau}^{\langle k-1\rangle} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

このとき EMA$\tilde{x}_t$($k=1$ の REMA) の k 階偏微分は，以下の式で与えられる．

$$
\frac{\partial^k \tilde{x}_t}{\partial \alpha^k} = (-\alpha)^{-k}k!(\xi_t^{\langle k+1\rangle} - \xi_t^{\langle k\rangle}) \qquad (3)
$$

再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ勾配降下法 (GDASS) は，式 (3) により求まるステップサイズパラメータ α による $\tilde{x}_t$ の高階導関数を用いた誤差 $\delta_t(=\tilde{x}_t - x_t)$ の二乗平均を逐次的に極小化する勾配降下法である．

具体的には，以下の手順で学習を行う．

初期化: $\forall k \in \{0\ldots k_{\max}-1\} : \xi^{\langle k\rangle} \leftarrow x_0$
while forever **do**
　観測データを x とする．
　for $k = k_{\max}-1$ to 1 **do**
　　$\xi^{\langle k\rangle} \leftarrow (1-\alpha)\xi^{\langle k\rangle} + \alpha\xi^{\langle k-1\rangle}$
　end for
　$\xi^{\langle 0\rangle} \leftarrow x$
　$\delta \leftarrow \xi^{\langle 1\rangle} - x$
　$\frac{\partial\xi^{\langle 1\rangle}}{\partial\alpha}$ を式 (3) により求める．
　δ および $\frac{\partial\xi^{\langle 1\rangle}}{\partial\alpha}$ から，α の変化分 $\Delta\alpha$ を決定．
　for $k = 1$ to $k_{\max}-1$ **do**
　　$\Delta\xi^{\langle k\rangle}$ を求める．

$$
\begin{aligned}
\Delta\tilde{x}_t &= \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k!}\frac{\partial^k\tilde{x}_t}{\partial\alpha^k}\Delta\alpha^k \\
&= \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \left(\frac{\Delta\alpha}{\alpha}\right)^k(\xi_t^{\langle k+1\rangle} - \xi_t^{\langle k\rangle})
\end{aligned}
$$

　　より，
　　$\xi^{\langle 1\rangle} \leftarrow \xi^{\langle 1\rangle} + \Delta\tilde{x}$

$$
\Delta\xi_t^{\langle k\rangle} \simeq k\left(\frac{\Delta\alpha}{\alpha}\right)(\xi_t^{\langle k\rangle} - \xi_t^{\langle k+1\rangle})
$$

　　より，
　　$\xi^{\langle k\rangle} \leftarrow \xi^{\langle k\rangle} + \Delta\xi^{\langle k\rangle}$
　end for
　$\alpha \leftarrow \alpha + \Delta\alpha$
end while

GDASS には，α を比較的大きく連続的に動かしても高階導関数が求められるために，$\tilde{x}_t$，δ_t の変化分を精度よく近似できる特徴がある．

α は GDASS によって，観測された値へ追随するべきときは大きく，値の変動がノイズによる場合は観測値に影響されないよう小さくなる．入力される観測値がランダムウォークとそれと独立なノイズから構成されている場合，誤差 δ_t の二乗平均を最小にする α は，ランダムウォークの変化の標準偏差 σ_v とノイズの標準偏差 σ_ϵ の比 $\gamma = \frac{\sigma_v}{\sigma_\epsilon}$ で表される．

$$
\alpha = \frac{-\gamma^2 + \sqrt{\gamma^4 + 4\gamma^2}}{2} \qquad (4)
$$

このことより，求められた α によって観測された値の変動が本質的なものかノイズによるものか，その性質の判別が可能である．

3　実験

前章で述べた手法を株式市場のティックデータに適用する実験を行った．対象としたデータは，2008 年 6 月に東京証券取引所で取引された以下の条件を充たす銘柄の株価のティックデータである．

- 対象期間中（2008 年 6 月）の全営業日で取引がある．
- 各営業日内で価格が呼値単位 [6] が変更される閾値をまたがない．

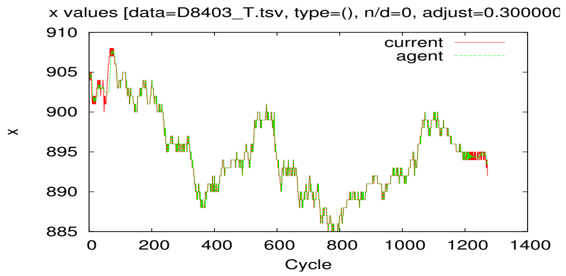
呼値単位の閾値をまたいだ価格変化があると，制度上，閾値の上下で最小変動幅が異なってしまい，制度を前提としない本稿の手法では正しく扱えない．そのため，呼値単位の閾値をまたぐ変化を記録した銘柄は除外した．また，銘柄毎の期間中の変化などの分析を行う可能性を考慮し，全営業日で取引がある銘柄を対象とした．

実験は，価格 x_t そのものを観測値とした場合と価格の直前ティックからの変化 δ_t を観測値とした場合，それぞれについて行った．代表的な実験結果として，6 月 5 日の住友信託銀行および 6 月 26 日のソフトバンクのデータを対象にした実験結果をそれぞれ図 1，図 2 に示す．以下に，それぞれの実験結果について述べる．

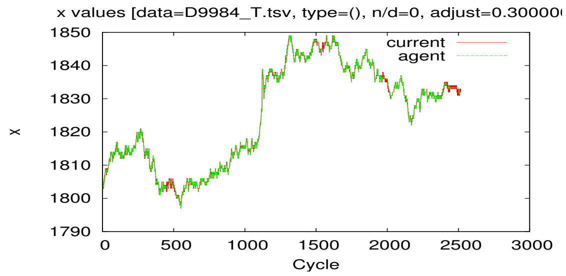
3.1　価格を観測値とした場合

価格自体を観測値とした場合，α は多くの場合，1 に近い値を取り，実際の価格に追随する様子が見られた（図 1，2 の (a-1) および (a-2)）．

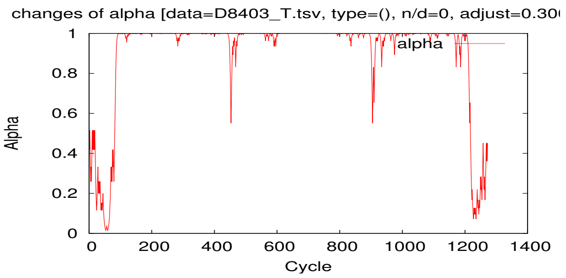
ただし，価格が一定の範囲で変動する持ち合い相場を形成した際には，α が小さくなった．図 1 の 1200 ティッ



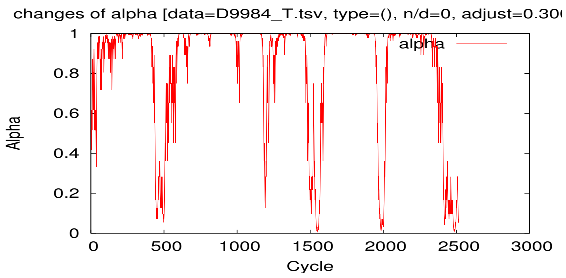
(a-1) 実際の価格と予測値



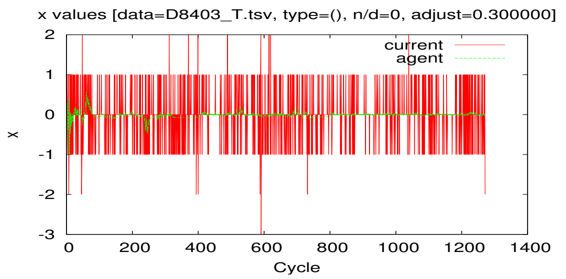
(a-1) 実際の価格と予測値



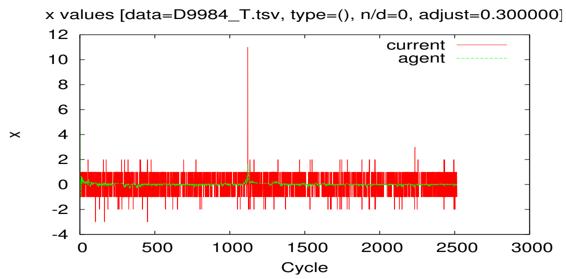
(a-2) 価格による α の学習



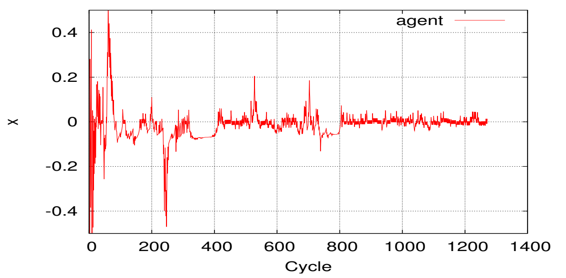
(a-2) 価格による α の学習



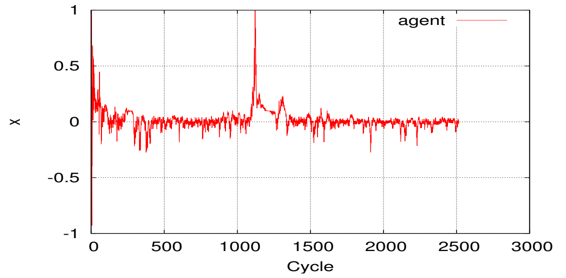
(b-1) 前ティックとの価格差と予測値



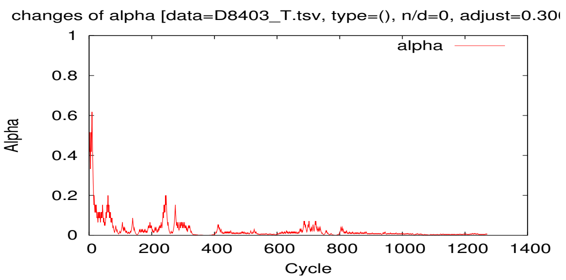
(b-1) 前ティックとの価格差と予測値



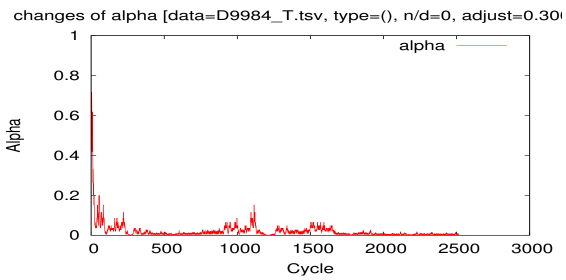
(b-1z) 前ティックとの価格差と予測値（拡大）



(b-1z) 前ティックとの価格差と予測値（拡大）



(b-2) 価格の前ティックとの差による α の学習



(b-2) 価格の前ティックとの差による α の学習

図 1: 2008/06/05 住友信託銀行のティックデータを用いた実験結果

図 2: 2008/06/26 ソフトバンクのティックデータを用いた実験結果

ク以降および図2の500ティック周辺が代表的な例として挙げられる．これは，持ち合い相場では本質的な値は変化せずに，その周辺でノイズ的な要因で価格が揺らいでいると解釈できる．

しかし，図1の300ティック周辺のように一見，持ち合い相場に見える価格変動でも α がほとんど変化していない事例もあり，どのような要因でこの違いが現れるかについては調査が必要である．図1の300ティック周辺のケースは，前後に価格が大きく変化しており，下降トレンドが終わっていないと認識されている可能性がある．

3.2 前ティックとの価格差を観測値とした場合

前ティックとの価格差を観測値とした場合，価格自体を観測値とした場合と対称的に α は基本的に0に近い値を取り，予測値も0に近い値をとる様子が見られた（図1，2の(b-1)および(b-2)）．

価格は大きく変化する際にも，呼値単位の上下動を行いながら変化して行くケースが多い．変動の予測値は観測値との差が大きいが，これは株価が呼値の単位間隔で大きく動くこと，また変動の際の上下動をノイズと見なしていることが原因として考えられる．

予測値と観測値には差が大きいが，予測値は図1の200〜400ティックの下降トレンド時には，負の値を，図2の1200ティック周辺の上昇トレンド時には，正の値をとっており，トレンドを正確に認識していると言える．

4 関連研究

金融市場の価格変動を対象とした研究は，従来から多く行われている．価格変動 Δx の確率密度分布 $p(\Delta x)$ は正負に対称的であるが，同じ平均と分散を持つ正規分布と比較して0近傍のピークが鋭く，裾が厚い分布を示すことが知られている [5].

中島は，東証株価指数 (TOPIX) の変動を対象に相関次元分析を行い，その性質がホワイトノイズのような確率論的時系列と決定論的時系列の中間にあるとみなすことができることを示した [2].

また，水野らは物理学的手法により価格変動にポテンシャルの考え方を導入し，過去の値動きから価格が大きく変動しやすい状況にあるか，安定し変動しにくい状況にあるかを判定する基準を提案している [1].

5 おわりに

本稿では，株価の時系列データに対して強化学習におけるステップサイズパラメータを調整する，再帰的指数平滑移動平均によるステップサイズ勾配降下法(GDASS)を適用し，その結果から株価変化の性質の分析を試みた．株価自体を観測値とする実験では，α の低下により持ち合い相場を，前ティックとの価格差を観測値とする実験では，予測値の変化とトレンドが対応することを示した．

上記の性質について，本稿の実験結果では一例を示したに過ぎず，評価基準を定めた統計的な評価を行うことは課題である．また，本手法を実際の取引へ応用する際には，予測精度が問題になる．本稿で用いた手法は，ステップサイズパラメータの調整のみを行うものであるので，予測精度を高めるためには，強化学習の他の要素，政策の決定方法などを考慮する必要がある．

参考文献

[1] Mizuno, T., Takayasu, H., and Takayasu, M.: Analysis of price diffusion in financial markets using PUCK model, *Physica A*, Vol. 382(2007), pp. 187–192.

[2] 中島義裕: 経済現象に見られる決定論的性質と確率論的性質の両義性, 情報処理学会論文誌「数理モデル化と応用」, Vol. 40,No. 9(1999), pp. 102–110.

[3] 野田五十樹: 動的環境における強化学習のステップサイズパラメータ調整法, 合同エージェントエージェントワークショップ&シンポジウム *2008 (JAWS2008)*, 2008. （予定）.

[4] Sutton, R. S. and Barto, A. G.: *Reinforcement Learning: An Introduction*, MIT Press, 1998.

[5] 高安秀樹, 高安美佐子: エコノフィジックス 市場に潜む物理法則, 日本経済新聞社, 2001.

[6] Tokyo Stock Exchange: *Guide to TSE Trading Methodology*, Tokyo Stock Exchange, 3rd edition, 2004.