

# 機械学習による為替フォワード取引期間の判別モデル

## Forex forward swap opportunities detected by machine learning

雉子波 晶<sup>1\*</sup>      杉本 誠忠<sup>2</sup>      酒本 隆太<sup>3</sup>      鈴木 智也<sup>1</sup>  
Akira Kijunami<sup>1</sup>    Takanari Sugimoto<sup>2</sup>    Ryuta Sakemoto<sup>3</sup>    Tomoya Suzuki<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 茨城大学大学院理工学研究科

<sup>1</sup> Graduate School of Ibaraki University

<sup>2</sup> ワイジェイ FX 株式会社

<sup>2</sup> YJFX, Inc.

<sup>3</sup> 岡山大学大学院社会文化科学研究科

<sup>3</sup> Graduate School of Okayama University

**Abstract:** In the rollover of forward foreign exchange contracts, FX brokers generally select tomorrow-next transaction because of higher liquidity and lower risk. However, it might be possible to obtain larger swap points by selecting longer forward transactions such as one-week or three-week forward in terms of the term premium. Therefore, we detect optimal timings to select longer forward transactions by machine learning techniques, and propose a mixed strategy that combines tomorrow-next and longer forward transactions. This timing might be affected by various factors such as global stocks, bonds, commodities, etc., and we could obtain larger swap points by the mixed strategy using the machine learning with these global factors.

## 1 はじめに

外国為替証拠金 (Foreign Exchange trading: FX) 取引では、約定の2営業日後に現物の受渡しを行うルールがある。しかし一般的に取引額は高額に及ぶため、FX業者など非銀行が毎回現物を用意するのは非現実的である。そこで長期に渡りドル円を買い持ちしたい場合、約定の翌日にドル円を売り、さらに同時に新規にドル円を買う。つまり売り取引と買い取引を同時に行い、決済日を繰り延べする。これをロールオーバーといい、ロールオーバーを繰り返すことで現物の受渡しを無期限化できる。さらにロールオーバー時にトゥモローネクスト (以下、トムネ) や1週間フォワードといった、受渡し日を自由に長期化できるフォワード取引を組み合わせることでスワップポイントを獲得できる [1]。外国為替取引において通貨ごとに金利が異なり、この金利差はスワップポイントとして表される。通常の経済状況では決済日までの期間が長いほど金利が高くなるタームプレミアムが考えられるため、決済日が長期に及ぶフォワード取引の方が多くのスワップポイントを獲得しやすい。しかし流動性や在庫管理に伴う業務リスクにより、実務においては受渡し日が短いトムネでロー

ルオーバーするのが一般的である。

そこで本研究では機械学習の活用により、積極的に長期のフォワード取引を選択すべきタイミングを検出する。またフォワードレートは一般的にカバー付き金利平価説によって定式化できるが、突発的な政治経済情勢の変化などによって、現実のフォワードレートは理論値から乖離する可能性が指摘されている [2-5]。この乖離は、対象通貨における為替相場のみならず、株式・債権・商品先物など様々な要因が影響すると考えられる。実際に、タームプレミアムの逆転現象 (短期と長期のフォワード取引から得られるスワップ金利の逆転現象) も度々観測される。このようなドメイン知識を利用しつつ、実際のフォワードレートに影響し得る要因を説明変数として選出し、機械学習によって適切なフォワード取引を判別する。さらに機械学習 (XGBoost) の有用性を評価すべく、線形のロジスティック回帰と判別制度を比較し、実務上の収益を向上できる可能性を検証する。

## 2 カバー付き金利平価からの乖離

本稿に用いる数式記号を表1に示す。 $a$  はフォワード取引の期間を表し、 $a = 0$  をトムネ、 $a = 1$  を1週間フォワード、 $a = 2$  を2週間フォワード、 $a = 3$  を3週

\*連絡先: 茨城大学理工学機械システム工学専攻  
〒316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1  
E-mail: 20nm438a@vc.ibaraki.ac.jp

表 1: 本稿で用いる数式記号

記号	意味
$n_a(t)$	フォワード日数
$F_a(t)$	フォワードレートの実測値
$F_a^*(t)$	フォワードレートの理論値
$e_a(t)$	理論値からの乖離: $F_a(t) - F_a^*(t)$
$S(t)$	スポットレート
$A_a(t)$	スワップポイント: $F_a(t) - S(t)$
$y_a(t)$	日本円の LIBOR 金利 (年率)
$d_a(t)$	米ドルの LIBOR 金利 (年率)
$yd_a(t)$	内外金利差: $y_a(t) - d_a(t)$
$\Delta * (t+i)$	変数 * の時間変化: $*(t+i) - *(t)$

間フォワードとする。なお時刻  $t$  は、営業日 (土日祝日を含まない) とする。

カバー付き金利平価とは、どの通貨で資産を保有しても収益率が同じになることを仮定した為替レートの決定理論である。ドル円市場を例とすると、

$$1 + y_a(t) \frac{n_a(t)}{365} = \frac{F_a(t)}{S(t)} \left[ 1 + d_a(t) \frac{n_a(t)}{365} \right] \quad (1)$$

が成立するものとする。これを变形して、フォワードレートの理論値  $F_a^*$  を得る。

$$F_a^*(t) = S(t) \left[ \frac{1 + y_a(t) \frac{n_a(t)}{365}}{1 + d_a(t) \frac{n_a(t)}{365}} \right] \quad (2)$$

しかし実際のフォワードレート  $F_a(t)$  は理論値から乖離する。その乖離  $e_a(t)$  ( $= F_a(t) - F_a^*(t)$ ) を図 1 に示す。主にマイナス側に乖離が発生する様子を確かめできる。カバー付き金利平価の範疇では、フォワードレート  $F_a(t)$  は 2 カ国間の金利差によって決定されるが、実際には通貨に対する需給の変化も関係すると思われる。例えば、ある銀行においてドルの調達意欲が高まった場合、割安なフォワードレート  $F_a(t)$  を提示するため、乖離  $e_a(t)$  はマイナス側に偏る。さらに乖離  $e_a(t)$  はフォワード取引の期間  $a$  によっても異なり、これは日米の株式や債権、商品先物市場などの動向や今後の予想がドル調達に伴う時間感覚に影響するためと考えられる。なお、得られるスワップポイントは

$$A_a(t) = F_a(t) - S(t) = [F_a^*(t) - S(t)] + e_a(t) \quad (3)$$

であるため<sup>1</sup>、乖離  $e_a(t)$  が理論的な金利差収益 (金利平価) 以上に得られる追加的なスワップポイントとなる。金利のタームプレミアムの判別に加えて、この乖離の判別もフォワード取引  $a$  の選択にとって重要となる。

<sup>1</sup>  $A_a(t) < 0$  の方が高金利通貨の保有によるスワップポイントは大きい。例えば  $d_a(t) > y_a(t)$  ならば、式 (2) より  $F_a(t) < S(t)$  となる。

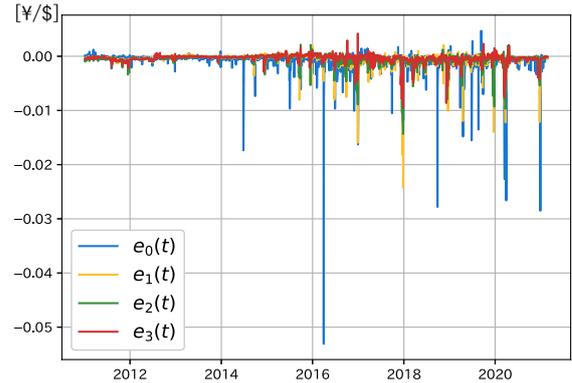


図 1: カバー付き金利平価 (理論値) からの乖離  $e_a(t)$

### 3 要因分解

本稿は最も基礎的な設定として、トムネ ( $a = 0$ ) または長期フォワード ( $a = \{1, 2, 3\}$ ) のいずれかを各営業日  $t$  において選択する 2 クラス判別問題とする。比較のため互いのフォワード日数  $n_a(t)$  を統一すると、トムネに対する長期フォワードの超過スワップポイントは

$$R_a(t + n_a(t) - 1) = A_a(t) - \sum_{i=0}^{n_a(t)-1} A'_0(t+i) \quad (4)$$

となる。ここで日付を追加する  $i$  には土日祝日を含むとする。しかし実際には土日祝日のスワップポイントは存在せず、その前日にまとめて付与される。これは決済日が土日祝日になる場合、フォワード日数  $n_a$  が翌営業日まで延長されるためである。特にトムネの場合、通常は  $n_0 = 1$  であるが、木曜日においては  $n_0 = 3$ 、休日前日においては  $n_0 =$  休日数となる [1]。そこで式 (4) のように和の形式で表現するために、 $a = 0$  について以下の前処理によって揺らぎを除去し、1 日分の値に補正する。

$$A'_0(t) = \frac{A_0(t)}{n_0(t)}, \quad (5)$$

$$F'_0(t) = S(t) + A'_0(t) \quad (6)$$

$$F_0^*(t) = S(t) \left[ \frac{1 + y_0(t) \frac{1}{365}}{1 + d_0(t) \frac{1}{365}} \right] \quad (7)$$

$$e'_0(t) = F'_0(t) - F_0^*(t) \quad (8)$$

この補正により、本章で用いるシグマ記号  $\sum_i$  中の時刻  $t+i$  が土日祝日の場合は、前営業日  $t$  の値を代用できる。なお、 $R_a < 0$  ならば長期フォワード (陽性)、 $R_a \geq 0$  ならばトムネ (陰性) が最適解となる。この答えは  $n_a(t) - 1$  日後の決済日に確定するため、本判別問題は  $R_a(t + n_a(t) - 1)$  の予測に相当する。図 2 に  $R^a(t)$  の様子を示す。フォワード日数  $n_a(t)$  が長いほど  $R_a < 0$  の頻度が増えている。つまりトムネよりも長期

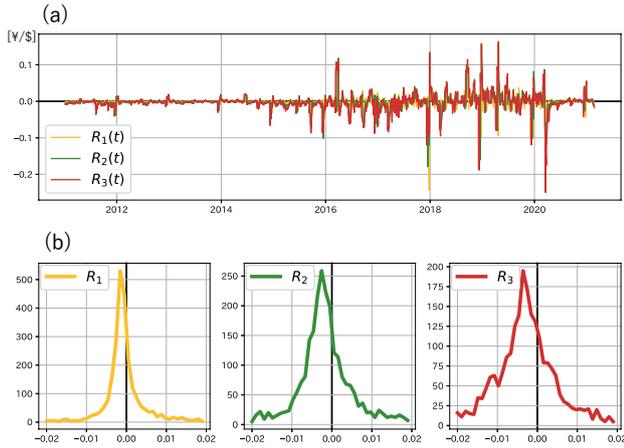


図 2: (a) 目的変数  $R_a(t)$  の時系列プロット, (b)  $R_a$  の頻度分布

フォワードを選択すべき機会が増えており, ターンプレミアムの議論と整合的である.

次に,  $R_a$  を構成する本質的な要因を把握すべく, 式 (4) を展開する. 詳細は付録 1 に示すが,  $R_a(t+n_a(t)-1)$  は  $\alpha \sim \epsilon$  の 4 つの要因に分解できる.

$$R_a(t+n_a(t)-1) = \alpha - \beta - \gamma - \delta - \epsilon \quad (9)$$

$$\alpha = A_a(t) - n_a(t) \cdot A'_0(t) \quad (10)$$

$$\beta = \frac{1}{365} \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta S(t+i) \cdot \Delta y d_0(t+i) \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{1}{365} \cdot y d_0(t) \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta S(t+i) \quad (12)$$

$$\delta = \frac{1}{365} \cdot S(t) \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} y d_0(t+i) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \epsilon &= \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta e'_0(t+i) \\ &= \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} e'_0(t+i) - [n_a(t)-1] \cdot e'_0(t) \quad (14) \end{aligned}$$

ここで,  $\alpha$  は時刻  $t$  で期待される超過スワップポイント (対トムネ),  $\beta, \gamma, \delta$  はスポットレートと内外金利差のクロスターム項 (非線形性),  $\epsilon$  は乖離の未来変化量である.  $R_a(t+n_a(t)-1)$  の判別において, 現在時刻  $t$  で確定している変数はそのまま機械学習に投入すれば良く, 将来時刻  $t+i$  で確定する変数については何らかの代理変数を用いて予測する必要がある.

式 (9) を構成する各要因 ( $\alpha \sim \epsilon$ ) の混合比率を図 3 に示す. なお全て絶対値処理を施し, 各要因の合計が 100% になるようにした. 結果として,  $\alpha$  と  $\epsilon$  が本質的

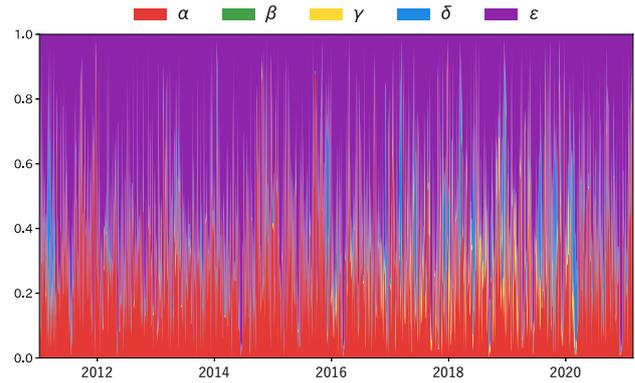


図 3: 要因分解の混合割合 (ただし  $a = 3$  の場合)

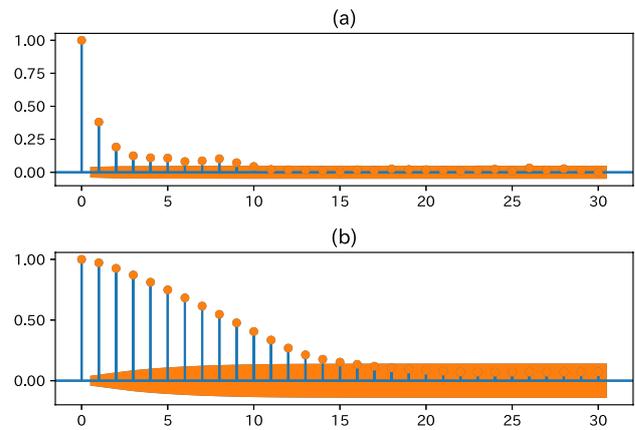


図 4: (a) 乖離  $e'_0(t)$  の自己相関関数, (b)  $\sum_{i=0}^{n_a(t)} e'_0(t+i)$  の自己相関関数 (ただし  $a = 3$  の場合)

であることが判る. 近年の低金利により内外金利差  $y d_0$  は小さく, その差分  $\Delta y d_0$  は更に小さい. そして 365 で除される点も  $\beta \sim \delta$  の割合が小さい理由である. なお  $\alpha$  は時刻  $t$  での確定値であるため,  $\epsilon$  を予測する問題となる. そこで  $\epsilon$  に含まれる  $e'_0(t)$  の自己相関関数を図 4 に示す.

乖離  $e'_0(t)$  には強くはないが自己相関構造が存在するため, 現在までに確定している乖離のヒストリカルデータが機械学習にとって有用だと考えられる (仮説 1). しかし 2 章で考察したように, 乖離は為替の受給変化の影響を受けるため, 様々な金融市場に関する説明変数も有用だと考えられる (仮説 2). さらに金融システムは複雑系であるため, 機械学習においては線形モデルより非線形モデルの方が有用だと考えられる<sup>2</sup> (仮説 3). 次章において, この 3 つの仮説を検証する.

<sup>2</sup>混合割合が微小であるが,  $\beta, \gamma, \delta$  は非線形を有する.

## 4 機械学習による仮説の検証

仮説3を検証するために、線形モデルとしてロジスティック回帰、非線形モデルとしてXGBoost [6]の判別精度を比較する。それぞれPythonのライブラリとしてScikit-learnとxgboostを用い、さらにOptuna [7]により各モデルのハイパーパラメータを最適化した。その探索範囲を表2に示す。未記載のハイパーパラメータはデフォルト値を用いた。

2019年1月～2021年2月を機械学習の評価期間とし、毎日動的に再学習することでモデルを更新する。各評価日から直近22日間<sup>3</sup>を検証期間とし、ハイパーパラメータの最適化に用いる。さらに検証期間より以前の50日間～500日間を学習期間とし、モデルパラメータを学習する。なお学習期間を50日間隔でチューニングし、検証期間のRMSEが最小になるように最適化する。最適なハイパーパラメータが確定した後、学習期間および検証期間を通じてモデルパラメータを再学習し、各評価日の判別を行う。これを毎日繰り返し、評価期間の判別精度を検証する。

3章の仮説を鑑み、機械学習に用いる説明変数を表3に示す。時刻 $t$ で確定している変数や目的変数に関する変数に加え、仮説1に関して乖離 $e_0$ に関する変数や、仮説2に関して様々な金融市場の情報を投入する。例えば先行研究[3-5]によれば、為替レートはコモディティ価格や株式のボラティリティの影響を受けるため、CRB指数、株式市場指数、VIX指数を投入する。その他、短期および長期の金利情報も用いる。なお目的変数 $Y(t)$ については、 $R_a(t+n_a(t)-1) < 0$ ならば $Y(t) = 1$  (陽性：長期フォワードを選択)、 $R_a(t+n_a(t)-1) \geq 0$ ならば $Y(t) = 0$  (陰性：トムネを選択)とする。

図5に、評価期間におけるロジスティック回帰(線

表2: ハイパーパラメータの探索範囲

XGBoost	
max_depth	3 ~ 9
min_child_weight	0.1 ~ 10.0
gamma	$10^{-8} \sim 10^0$
colsample_bytree	0.60 ~ 0.95
subsample	0.60 ~ 0.95
ロジスティック回帰	
penalty	l2 (L2 正則化)
tol	$10^{-8} \sim 10^0$
C	0.5 ~ 1.0
intercept_scaling	0.5 ~ 1.0

<sup>3</sup>1ヶ月間の平均的な営業日数に相当する。各国で祝日数が異なるため土日のみを除いた暦日数を12ヶ月で割ると21.7日になる。

<sup>4</sup> $a > 0$ においても式(5)～式(8)のように1日分に補正した後、和をとる。

表3: 機械学習に用いる説明変数

式(9)中の時刻 $t$ で確定している変数	
期待超過スワップポイント	$\alpha = A_a(t) - n_a(t)A'_0(t)$
国内外の金利差	$yd_0(t)$
スポットレート	$S(t)$
理論値からの乖離	$e'_0(t)$
フォワード日数	$n_a(t)$
目的変数 $R_a$ に関する変数	
実現超過スワップポイント	$R_a(t) - R_a(t-1)$ , $a = \{1, 2, 3\}$ を同時に投入
実現スワップポイント	$\frac{A_a(t)}{n_a(t)} - \frac{A_a(t-1)}{n_a(t-1)}$ , $a = \{0, 1, 2, 3\}$ を同時に投入
乖離 $e'_0$ に関する変数	
乖離のヒストリカル合計値	$\sum_{i=1}^{n_a(t)} e'_a(t-i)$ , $a = \{0, 1, 2, 3\}$ を同時に投入 <sup>4</sup>
スポットレート $S$ に関する変数	
変化率	$\frac{S(t)-S(t-1)}{S(t-1)}$
モメンタム	変化率の平均値(直近25日)
ボラティリティ	変化率の標準偏差(直近25日)
VIX指数	$I_{VIX}(t) - I_{VIX}(t-1)$
CVIX指数	$I_{CVIX}(t) - I_{CVIX}(t-1)$
金利に関する変数	
内外金利差	$yd_a(t) - yd_a(t-1)$ , $a = \{0, 1, 2, 3\}$ を同時に投入
物価に関する変数	
WTI原油先物価格	$I_{WTI}(t) - I_{WTI}(t-1)$
CRB原材料価格指数	$I_{CRB}(t) - I_{CRB}(t-1)$
CRB金属サブ指数	$I_{CRBM}(t) - I_{CRBM}(t-1)$
CRB食品サブ指数	$I_{CRBF}(t) - I_{CRBF}(t-1)$
国債に関する変数	
米国債金利(3ヶ月)	$I_{u3m}(t) - I_{u3m}(t-1)$
米国債金利(2年)	$I_{u2y}(t) - I_{u2y}(t-1)$
米国債金利(10年)	$I_{u10y}(t) - I_{u10y}(t-1)$
日本国債金利(3ヶ月)	$I_{j3m}(t) - I_{j3m}(t-1)$
日本国債金利(2年)	$I_{j2y}(t) - I_{j2y}(t-1)$
日本国債金利(10年)	$I_{j10y}(t) - I_{j10y}(t-1)$
景気に関する変数	
TOPIX指数	$I_{topix}(t) - I_{topix}(t-1)$
S&P500指数	$I_{sp}(t) - I_{sp}(t-1)$
World Stock指数	$I_{world}(t) - I_{world}(t-1)$
金スポット価格	$I_{gold}(t) - I_{gold}(t-1)$
ドルインデックス	$I_{usd}(t) - I_{usd}(t-1)$
円インデックス	$I_{jpy}(t) - I_{jpy}(t-1)$

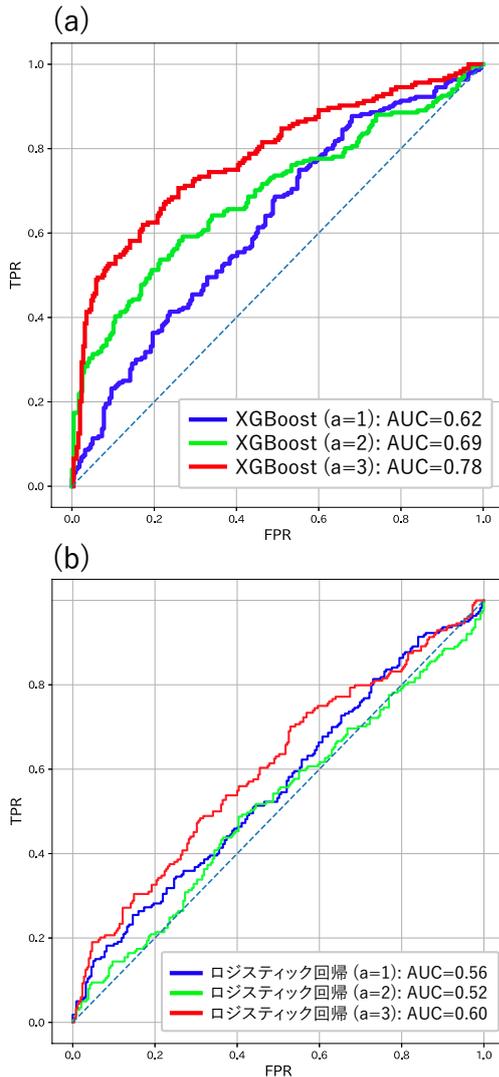


図 5: ROC 曲線と AUC 値: (a) XGBoost の場合, (b) ロジスティック回帰の場合

形モデル) と XGBoost (非線形モデル) の判別性能を示す。ROC 曲線は TPR (True Positive Rate: 真陽性率) と FPR (False Positive Rate: 偽陽性率) のトレードオフを示し、その下方面積を表す AUC (Area Under the Curve) 値が大きいほど判別性能に優れている。結果として、いずれの  $a$  においても非線形モデルである XGBoost の判別性能が優れており、仮説 3 の妥当性を確認できる。

図 6 に、XGBoost に用いた各説明変数の重要度 (Feature importance) を示す。なお主要な説明変数として凡例中のものに限定し、これらの重要度の合計値が 1.0 になるように補正した。結果として、乖離  $e_0$  に関する変数の重要度が高く、仮説 1 の妥当性を確認できる。しかし乖離のみでは不十分であり、他の説明変数も一様に重要であることから、仮説 2 の妥当性も確認できる。

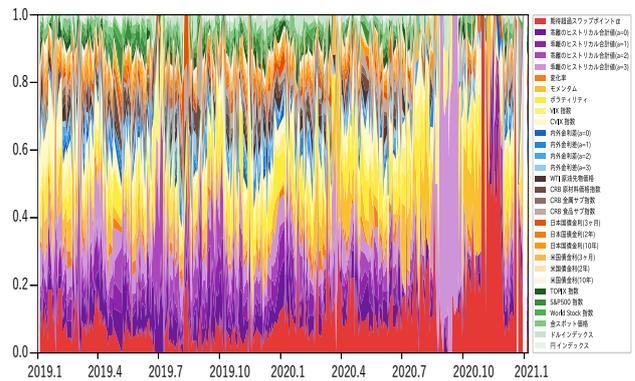


図 6: XGBoost における説明変数の重要度:  $a = 3$  の場合 (凡例中の説明変数の合計が 1.0 になるように補正)

## 5 運用シミュレーション

XGBoost による判別モデルを実務に活用することを想定し、どの程度の収益改善を期待できるのか検証する。評価期間や再学習については前章と同一とする。

図 7 に混同行列を、表 4 に評価スコアを示す。この評価期間においてはフォワード日数が長期になるほど、陽性 (FW) よりも陰性 (TN) の割合が増加しており、図 2 の頻度分布で確認した一般的な傾向に反する特殊な期間である。にもかかわらず、提案手法の評価スコアは長期フォワードを対象にするほど向上している。これは図 5(a) の判別性能と整合的である。なお従来の一般的な手法として、常にトムネを選択した場合の正答率はそれぞれ 49.9% ( $a = 1$  の場合), 54.2% ( $a = 2$  の場合), 58.1% ( $a = 3$  の場合) であり、いずれも提案手法の方が優れている。

次に、提案手法によって改善できた収益額を調べる。長期フォワードを選択した時を  $\Phi(t) = 1$ 、トムネを選択した時を  $\Phi(t) = -1$  とすると、選択によって増加できたスワップポイント  $R_a^\dagger$  は次式となる。

$$R_a^\dagger(t + n_a(t) - 1) = \frac{\Phi(t)}{n_a(t)} \cdot R_a(t + n_a(t) - 1) \quad (15)$$

ここで  $n_a(t)$  で除したのは 1 日分に補正するためである。さらに比較対象として、常にトムネを選択する場

表 4: 提案手法の評価スコア (太字は各項目の最良値)

	正答率	再現率	適合率	F 値
$a = 1$	58.5%	64.1%	57.8%	60.8%
$a = 2$	64.9%	63.7%	61.2%	62.4%
$a = 3$	<b>72.0%</b>	<b>69.0%</b>	<b>65.8%</b>	<b>67.4%</b>

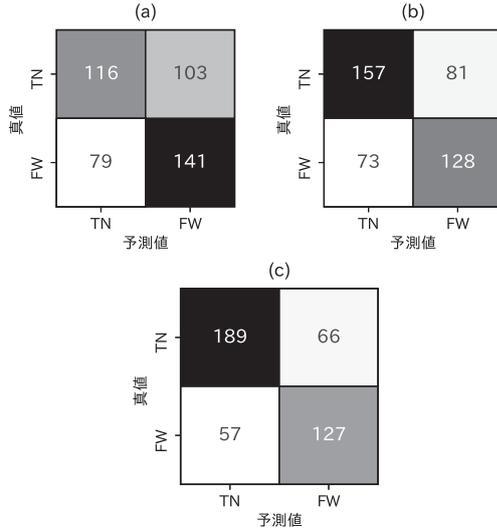


図 7: 混同行列: (a)  $a = 1$  の場合, (b)  $a = 2$  の場合, (c)  $a = 3$  の場合

表 5: 超過スワップポイント  $R_a^+(t + n_a(t) - 1)$  の獲得状況 (太字は各項目の最良値, 負の値が良い)

	平均値	標準偏差	平均値 標準偏差
$a = 1$			
常にトムネ	<b>-0.0179</b>	0.0159	<b>-1.1234</b>
常に長期フォワード	0.0179	0.0159	1.1234
提案手法	-0.0008	0.0180	-0.0454
$a = 2$			
常にトムネ	-0.0057	0.0075	-0.7615
常に長期フォワード	0.0057	0.0075	0.7615
提案手法	<b>-0.0151</b>	0.0049	<b>-3.1002</b>
$a = 3$			
常にトムネ	0.0045	0.0060	0.7421
常に長期フォワード	-0.0045	0.0060	-0.7421
提案手法	<b>-0.0111</b>	0.0076	<b>-1.4603</b>

合や常に長期フォワードを選択する場合は,  $\Phi(t)$  を固定して式 (15) を算出する.

結果を表 5 を示す. 対 1 週間フォワード ( $a = 1$ ) の場合は常にトムネを選択した方が優れているが, 対 2 週間フォワード ( $a = 2$ ) や対 3 週間フォワード ( $a = 3$ ) においては提案手法の方が優れている. これも図 5(a) の判別性能と整合的であるが, 図 1 に示すようにトムネのスワップポイント  $A_0(t)$  は大きく乖離しやすいため, この機会を取りこぼすと判別性能が高くて獲得利益額はトムネに劣後する場合がある.

## 6 まとめ

カバー付き金利平価からの乖離に着眼し, これに影響しうる金融データを説明変数に用いて, より多くのスワップポイントを獲得できるフォワード取引を機械

学習した. 結果として, フォワード期間が長いほど本手法 (機械学習による混合戦略) の有用性を確認した.

なお 1 章で述べたように, 実務においては流動性や在庫管理に伴う業務リスクも考慮しつつ長期のフォワード取引を選択する必要がある. そこで今後の課題として, このような業務リスクとタームプレミアムのトレードオフを考慮しつつ, 最適なフォワード取引を判別する. さらにリスクの観点から, ドル円市場のみならず新興国市場についても検証する.

本稿の内容は筆者個人の見解であり, 所属組織の公式見解ではありません. 本研究は JSPS 科研費 (20K11969) の助成により行われました.

## A Appendix

式 (4) から式 (9) を得る詳細を示す.

$$\begin{aligned}
 R_a(t+n_a(t)-1) &= A_a(t) - \sum_{i=0}^{n_a(t)-1} A'_0(t+i) \\
 &= [F_a(t) - S(t)] \\
 &\quad - \{F'_0(t) + F'_0(t+1) + \dots + F'_0(t+n_a(t)-1)\} \\
 &\quad - \{S(t) + S(t+1) + \dots + S(t+n_a(t)-1)\} \\
 &= [F_a(t) - S(t)] - n_a(t) \cdot [F'_0(t) - S(t)] \\
 &\quad - \{F'_0(t+1) - F'_0(t)\} + \dots \\
 &\quad + \{F'_0(t+n_a(t)-1) - F'_0(t)\} \\
 &\quad + \{[S(t+1) - S(t)] + \dots + [S(t+n_a(t)-1) - S(t)]\} \\
 &= [A_a(t) - n_a(t) \cdot A'_0(t)] \\
 &\quad - \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} [\Delta F'_0(t+i) - \Delta S(t+i)]
 \end{aligned}$$

ここで,  $\Delta F'_0(t+i) - \Delta S(t+i)$

$$\begin{aligned}
 &= \{F'_0(t+i) - F'_0(t)\} - \{S(t+i) - S(t)\} \\
 &= \{F_0^*(t+i) - F_0^*(t)\} \\
 &\quad + \{e'_0(t+i) - e'_0(t)\} - \{S(t+i) - S(t)\} \\
 &= \{F_0^*(t+i) - S(t+i)\} - \{F_0^*(t) - S(t)\} + \Delta e'_0(t+i) \\
 &\approx S(t+i) \cdot \{y_0(t+i) - d_0(t+i)\} \cdot \frac{1}{365} \\
 &\quad - S(t) \cdot \{y_0(t) - d_0(t)\} \cdot \frac{1}{365} + \Delta e'_0(t+i) \\
 &= S(t+i) \cdot yd_0(t+i) \cdot \frac{1}{365} \\
 &\quad - S(t) \cdot yd_0(t) \cdot \frac{1}{365} + \Delta e'_0(t+i) \\
 &= \frac{1}{365} \cdot \{[S(t+i) - S(t)] \cdot \{yd_0(t+i) - yd_0(t)\} + yd_0(t) \\
 &\quad \cdot \{S(t+i) - S(t)\} + S(t) \cdot \{yd_0(t+i) - yd_0(t)\}\} \\
 &\quad + \Delta e'_0(t+i) \\
 &= \frac{1}{365} \cdot [\Delta S(t+i) \cdot \Delta yd_0(t) + yd_0(t) \cdot \Delta S(t+i) \\
 &\quad + S(t) \cdot \Delta yd_0(t+i)] + \Delta e'_0(t+i)
 \end{aligned}$$

最終式にて  $ab - cd = (a - c)(b - d) + d(a - c) + c(b - d)$  の関係を利用した。したがって、 $R_a(t + n_a(t) - 1)$

$$\begin{aligned}
 &= [A_a(t) - n_a(t) \cdot A'_0(t)] - \frac{1}{365} \left[ \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta S(t+i) \right. \\
 &\quad \cdot \Delta y d_0(t+i) + y d_0(t) \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta S(t+i) \\
 &\quad \left. + S(t) \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta y d_0(t+i) \right] - \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta e'_0(t+i) \\
 &= [A_a(t) - n_a(t) \cdot A'_0(t)] \\
 &\quad - \frac{1}{365} \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta S(t+i) \cdot \Delta y d_0(t+i) \\
 &\quad - \frac{1}{365} \cdot y d_0(t) \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta S(t+i) \\
 &\quad - \frac{1}{365} \cdot S(t) \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta y d_0(t+i) \\
 &\quad - \sum_{i=1}^{n_a(t)-1} \Delta e'_0(t+i)
 \end{aligned}$$

が得られる。

## 参考文献

- [1] マネックス証券: <https://info.monex.co.jp/fx/fx-plus/rule/swap.html> (参照日:2021.9.7)
- [2] W. Du, A. Tepper, A. Verdelhan: “Deviations from covered interest rate parity,” *The Journal of Finance*, vol.73, no.3, pp.915–957, 2018.
- [3] G. Bakshi, G. Panayotov: “Predictability of currency carry trades and asset pricing implications,” *Journal of Financial Economics*, vol.110, pp.139–163, 2013.
- [4] M. Lettau, M. Maggiori, M. Weber: “Conditional risk Premia in currency markets and other asset classes,” *Journal of Financial Economics*, vol.114, pp.197–225, 2014.
- [5] J. P. Byrne, B. M. Ibrahim, R. Sakemoto: “Carry trades and commodity risk factors,” *Journal of International Money and Finance*, vol.96, pp.121–129, 2019.
- [6] T. Chen, C. Guestrin: “XGBoost: A Scalable Tree Boosting System,” *Proceedings of the*

22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, pp.785–794, 2016.

- [7] Optuna - A hyperparameter optimization framework: <https://optuna.org/> (参照日:2021.9.14)