

原資産市場オプション市場の相互作用を考慮した マルチエージェントシミュレーションモデルの構築

Simulation of the impact of dynamic hedging for underlying market
using multi agent model

川久保 佐記¹ 和泉 潔^{1,2} 吉村 忍¹

Saki Kawakubo¹, Kiyoshi Izumi^{1,2}, and Shinobu Yoshimura¹

¹ 東京大学大学院工学系研究科

¹ School of Engineering, The University of Tokyo

² 科学技術振興機構 さきがけ & CREST

² PRESTO & CREST, JST

Abstract: The effect of option markets on their underlying market has been studied intensively since the first option contract was listed. Despite considerable effort including theoretical and empirical approaches, we still don't have a conclusive view toward that problem. We look the effect of option market, especially the effect of dynamic hedging, on underlying market by using artificial market. We proposed two market model in which option market and underlying market interacts. In this study, we could confirm that dynamic hedging increase or decrease the volatility of underlying market under some conditions.

1 はじめに

金融市場を対象としたマルチエージェントモデルはこれまでも数多く研究されてきている。中でも株式市場を対象としたものは多く、株式市場におけるアノマリーの説明を試みたものや市場規制の効果検証を実施した例がある。特に、エージェントシミュレーションは市場ルールの評価手法として今後重要な手法となりうる可能性がある。実際に米国の株式市場 Nasdaq が呼び値の刻み変更を検討した際に、投資家へのインパクトをマルチエージェントシミュレーションで分析したという例もある^[1]。これまでの研究の多くは単一市場を扱ったものが多く、複数市場を対象としたものは少ない。しかしながら、実際の環境では、複数の市場が複雑に影響し合っており、中には切り離して考える事が困難な関係性も存在する。複数市場を対象とした例には、複数市場間の価格相関の連動性を評価したもの等が存在する^[2]。本研究では、原資産市場とデリバティブ市場の関係性に着目する。金融工学の発達により巨大化したデリバティブ市場の影響力を考えると、原資産市場とデリバティブ市場間の相互作用を明らかにすることは政策上重要な論点である。デリバティブ市場には

先物市場、スワップ市場、オプション市場と様々なデリバティブ市場が存在するが、本研究ではオプション市場の影響に着目する。

2 オプション市場の特徴とダイナミックヘッジ

本研究では、マルチエージェントモデルを用いて、オプション取引によって発生したポジションリスク管理のためのデルタヘッジ取引が原資産市場に与える影響について検討する。オプションとは「権利」のことであり、オプション市場とはある資産に関する権利を売買する市場のことである。このことから、オプション取引は保険契約にも類似しており、リスクマネジメントの手段として利用されている。一般的な資産の損益図は右肩上がりの直線になるのに対し、オプション取引の損益曲線は複雑な形状となり、複雑な判断が求められることからプロの投資家の参加率が高い。オプション価格の導出理論として最も普及しているのがブラック・ショールズモデル (BSモデル) である。BSモデルは無裁定価格理論に基づいており価格変化についての偏微分方程式を解くことで理論価格を算出する。しかしながら、その仮定は市場実態と乖離しているという批判もある。

オプション取引におけるデルタは、オプション取

引におけるリスクを表す指標の一つであり、原資産価格が変化した場合のオプション契約料の変化の割合を意味する。

たとえば、デルタが 0.5 である場合、原資産価格が 100 上昇するとオプション契約料が 50 上昇することを意味する。オプション取引と同時に原資産のポジションを保有することでデルタをゼロに近づけることが可能となる。この取引をデルタヘッジ取引という。保有するオプションのポジションのデルタが 0.5 である場合、原資産を 0.5 単位売却しておくことで、保有するオプションのポジションが原資産価格の変動によって受けるリスクをゼロに近づけることができる。なお、デルタの値は一定ではなく、原資産価格の水準と残存期間

によって変化する。原資産価格の水準によっては一度保有したヘッジポジションがオーバヘッジになったり過小ヘッジになったりする。図 1 中の実線は原資産価格とコールオプションの価格の関係を示している。t 時点の原資産価格 S_t での接線の傾きは t 時点のデルタに相当する。例えば、t 時点で 0.6 であったデルタが、t+1 時点で 0.4 となった場合、原資産の売りポジションは 0.6 から 0.4 に減少する。したがって、0.2 単位分を買い戻すことでデルタニュートラルポジションを維持することができる。このように、デルタニュートラルポジションを維持する為には、デルタの変化に応じた原資産の売買が必要であり、これをダイナミックヘッジと呼ぶ。

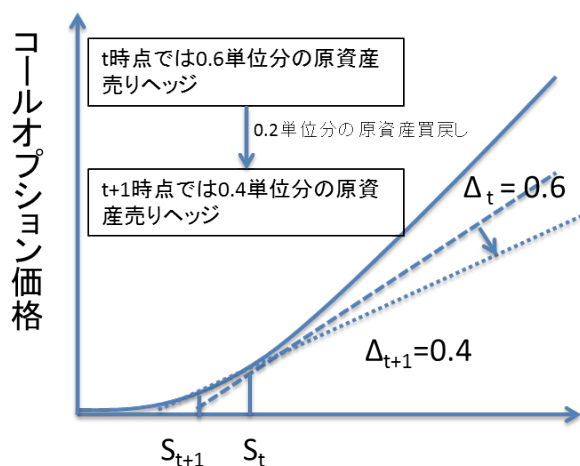


図 1: 原資産価格とコールオプション料とデルタの関係

デルタヘッジを考える上でもう一つ重要なリスクパラメータがガンマである。ガンマは、原資産の価格変動に対するデルタの変化率のことであり、ガンマが負である場合、原資産価格が上昇するとデルタの値が小さくなることを意味し、正の場合はデルタの

値が大きくなることを意味する。またオプションの買いポジションではガンマが正になり、売りポジションではガンマが負になる。原資産市場との関係を考える上で、ガンマが重要なパラメータとなる。ガンマが正の場合、原資産市場価格が上昇するときには売りヘッジを行い、下落するときには買いヘッジが必要となってくる。これは原資産市場の動きを抑える方向のヘッジとなる。一方、ガンマが負の場合、原資産価格が上昇するときには買いヘッジ、下落するときには売りヘッジのオペレーションが必要になり、ヘッジ行為が原資産市場の動きを加速する可能性がある。これらのヘッジ取引を介してオプション市場と原資産市場の動きが相互に関連する。しかし、市場全体の影響を考える場合には、トレーダーの特性や割合、戦略の相互作用を考慮せねばならず、市場間の関連性については正確に把握されていない。

3 先行研究

ここでは、デリバティブ市場と原資産市場間の連動性に関する先行研究を紹介する。

3-1 ダイナミックヘッジの影響分析

Frey^[3]はダイナミックヘッジの影響についての理論モデルを提唱している。市場が完全に流動的ではない場合、つまりヘッジ注文の発注によって多少なりとも価格の変動が生じうる場合、ヘッジャーが意図した価格で約定されないことがある。Freyはこの点に着目し、ヘッジ注文が原資産市場の価格に与える影響を市場流動性を考慮に入れることによって定式化している。Freyのモデルでは、ヘッジャーが存在しない株式市場の株価がブラウン運動に従うと仮定し、ヘッジャーが存在する場合の市場のボラティリティに与える調整係数を式(1)の $v(t, S)$ で表現している。分母の $\Gamma(t, S)$ はヘッジャーのガンマの値であり、 ρ は市場流動性を表す係数であり、完全に流動的な市場では、 $\rho = 0$ 、値が大きくなるほど市場が非流動的であるとしている。 S は現在の株価である。ガンマが正であれば調整係数は 1 以下になり、負であれば 1 以上の値となりボラティリティを増大させる。

$$v(t, S) = \frac{1}{1 + \rho S \Gamma(t, S)} \quad (1)$$

Fray モデルではヘッジャーのポジションのガンマに着目している点は本研究と同様であるが、ヘッジャー以外の投資家の存在を考えないことから、投資家の相互作用による市場の影響は考慮できない。

一方、ダイナミックヘッジの影響について実証分析を行った研究もある。Pearson^[4]らは 1990 年から 2001 年に CBOE に上場された全ての株式オプション

の投資家別建玉情報から、ヘッジャーの建玉と推定される割合を算出し、それらのポジションのネットガンマを算出した結果、ガンマの値と原資産市場のボラティリティとの間の負の相関がみられると指摘している。また、Pearson らによると、ヘッジ注文によって原資産市場のボラティリティが 300bp から 500bp ほど上昇し、これは元のボラティリティの 11% から 18% 程度の変化量に相当するとしている。Pearson らの成果はダイナミックヘッジが与える影響についての現実的な可能性を示唆しているが、投資家毎のポジション構成に関する正確なデータを取得することは困難であり、結果については推測の域を出ない。

3-2 オプション市場と原資産市場の連成モデル

O. Baqueiro^[5]らはオプション市場と原資産市場両方にアクセスできるエージェントと、原資産市場のみにアクセスが制限されているエージェントの収益率を比較し、原資産市場価格にドリフトが存在する場合にはオプション取引を併用する戦略の方が優位であるというシミュレーションを実施している。O. Baqueiro らの研究は、オプション市場と原資産市場の両方を対象とした研究である点は本研究と同様であるが、分析の対象が戦略の優劣であり、市場間の関係性に着目したものではない点が異なる。

S.Ecca^[6]らは、原資産市場にオプションポジションを取りうるエージェントを追加したモデルを構築し、オプション取引の権利行使が原資産市場に与える影響について分析を行っている。S.Ecca らのモデルでは、オプション取引を行うエージェントは Bank、

Option Traders の 2 種類であり、Option Traders はランダムに Put か Call を選択し、Bank からオプションを購入する。Bank の資産は無制限でありいくらでもオプションを発行することができる。Option Traders は権利行使日における原資産価格の水準と保有するオプションの権利行使価格の水準によって、権利行使日に権利行使をするか、原資産市場で直接原資産を購入もしくは売却するかを判断する。シミュレーションの結果、権利行使のオプションエージェントの行動はわずかながら原資産市場のボラティリティを低下させると報告している。一方、オプションエージェントがあらかじめ保有する原資産ポジションをカバーする目的でオプションを保有する場合、ストラドルの購入、プロテクティブプット、プロテクティブコールの 3 つの戦略についてシミュレーションを実施しているが、Option Traders がストラドル戦略を採用した場合に、原資産市場のボラティリティ

がわずかながら上昇することを確認している。S.Ecca らの検証では、原資産市場に影響を与えるタイミングは月に 1 度の権利行使日に限定されているが、実際の取引においては権利行使にまで至る割合は低く、権利行使日までにポジションを反対売買してしまうことがほとんどである。むしろ、原資産市場との相互作用を考える上ではオプション市場と原資産市場の間で毎日のように発生するアービトラージ取引やヘッジ取引のインパクトを分析することが重要であり、本研究ではヘッジ取引の影響を検証しており、S.Ecca らの分析対象とは異なる点に着目している。また、O. Baqueiro、S.Ecca らともに、オプションは戦略の 1 つとして扱っており、オプション取引におけるファンダメンタリストやチャートイスト等のエージェントの特性は考慮していない。

4 人工市場モデル

本研究では、原資産市場、オプション市場ともに既存研究で有効性が示されたエージェントモデルを用い、そこに新たにヘッジャーモデルを投入している。本シミュレーションでは 1 セッションで N 体の全てのエージェントがランダムな順番で発注を行う。1 シミュレーション中に 1000 回のセッションを実行しているが、これは現実の取引では 1 セッションがおおよそ 1 分間の取引量に相当する。原資産市場は流動性が高く 1 セッション中に何回も値段が決定するザラバ方式を採用した。一方、オプション市場は実際にも比較的流動性が低く、すべてのエージェントの発注を 1 セッション中に 1 回の約定値段に集約するため、板寄せ方式を採用している。

本研究では原資産市場でのみ取引可能な原資産市場のローカルエージェント、またオプション市場のみで取引可能なオプション市場のローカルエージェント、そして原資産市場とオプション市場の両方で取引可能なグローバルエージェントの 3 種類のエージェントを用意した。原資産市場とオプション市場の関係は図 2 のとおりである。まず、原資産市場でセッションを開始する ($t = 1$)。原資産でのセッション終了後、原資産市場の価格 ($P(1)$) をベースにオプション市場のエージェントが $t = 1$ 時点から見た 30 日後のボラティリティを予測し、価格が決定される。 $t = 2$ 時点では、原資産市場のローカルエージェントが原資産価格 $P(1)$ の価格をもとに原資産価格 $P(2)$ の価格を予想し発注を行うと同時に、 $t = 1$ でオプション取引を行ったグローバルエージェントが原資産市場にヘッジ注文を出す。そこで決定された原資産価格 $P(2)$ をベースに、オプション市場の $t = 2$ 時点の取引が開始される。

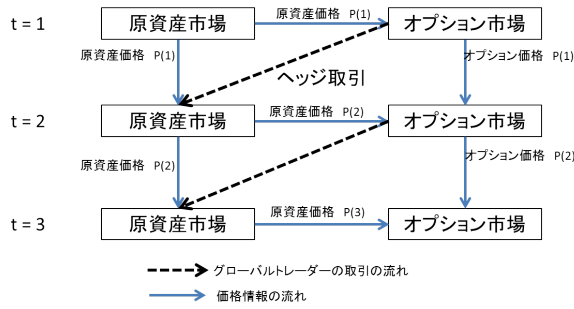


図2: 原資産市場とオプション市場間の関係

4-1 原資産市場のエージェント

原資産市場のみで取引を行うエージェントにはファンダメンタリスト、チャートリスト、ノイズトレーダーの3種類の特徴を持ち合わせたスタイライズドトレーダーを用いている^[7]。ファンダメンタリストはファンダメンタル価格と現在値の差分を参照し取引価格を決定する。市場価格はファンダメンタル価格 p_t^f に収束するという考えを持ち、現在値がファンダメンタル価格 p_t^f より高ければ売り注文を、低ければ買い注文を出すエージェントであるファンダメンタリストの持つ期待リターンは $\log\left(\frac{p_t^f}{p_t}\right)$ で表される。一方、チャートリストは価格のトレンドに注目し、自身の持つタイムスパン τ^i に渡る過去のリターンの平均トレンドから価格将来の期待リターン \bar{r}_t^i を予測する。期待リターンが上昇傾向であれば買い注文を、下落傾向であれば売り注文を出す。ノイズトレーダーは発注のタイミングごとに決定されるランダムな数値 ϵ_t をもとに発注を決定する。

$$\hat{r}_{t+\tau^i}^i = \frac{1}{g_1^i + |g_2^i| + n^i} \left[g_1^i \log\left(\frac{p_t^f}{p_t}\right) + g_2^i \bar{r}_t^i + n^i \epsilon_t \right] \quad (2)$$

ただし、

$$g_1^i \sim |N(0, \sigma_1)|, g_2^i \sim N(0, \sigma_2), n^i \sim |N(0, \sigma_n)|, \epsilon_t \sim N(0, 1)$$

1体のスタイライズドトレーダーのそれぞれの性質の比重は g_1, g_2, n^i のウェイトによって決められ、スタイライズドトレーダー i の持つ期待リターンは式(2)で決定される。ウェイトは0を平均、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_n$ を分散とする標準正規分布によって与えられる。今回は $\sigma_1 = \sigma_2 = 5.0$, $\sigma_n = 1.0$ としている。

上記の条件に基づいて、エージェント数を100体から300体まで変化させ、それぞれ1回のシミュレーションで1000回のセッション(1セッションで全エージェントが発注を行う)を100セット行った場

合の原資産市場のスタイライズドファクトの検証を行った結果が図3である。

騰落率の2乗の自己相関係数がいずれの場合もプラスであり、また収益率の尖度も高く fat-tail 分布が再現できていることから、原資産市場は Stylized Facts を満たしていると言える。

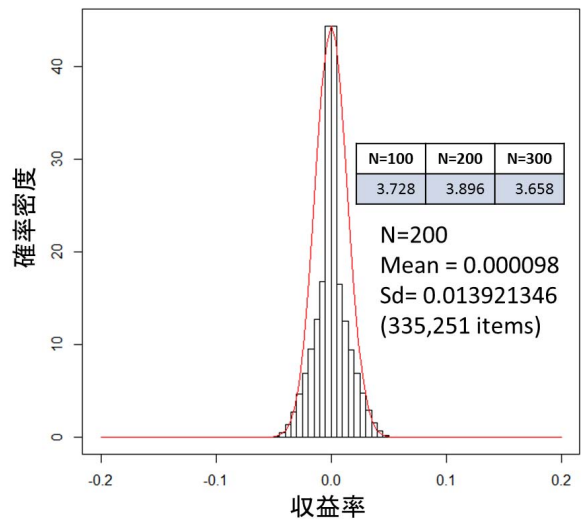
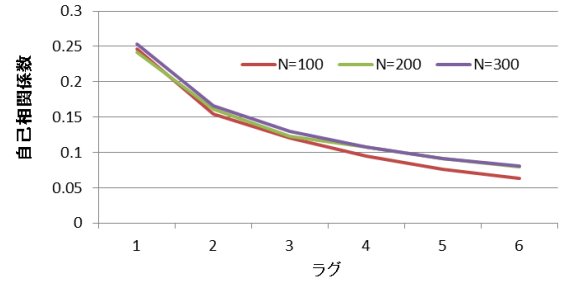


図3: 原資産市場のスタイライズドファクト
上段: 収益率の2乗の自己相関係数
下段: 収益率の分布 (エージェント数 200)

4-2 オプション市場のエージェント

オプション市場には、B.Frijs^[8]らが提案したモデルをベースに用いている。B.FrijsらはドイツのDAXオプションのデータから、オプション市場にはファンダメンタリストとチャートリストとの2種類が存在するという報告を行っている。各エージェントの予想ボラティリティは式(3)で示される。

$$E_t^F(h_{t+1}) = h_t - (1 - \alpha)(h_t - \bar{h}_t)$$

$$E_t^C(h_{t+1}) = h_t + \beta_0(\sqrt{h_t}\epsilon_t^+) + \beta_1(\sqrt{h_t}\epsilon_t^-) \quad (3)$$

ここで、 $E_t^F(h_{t+1})$ はファンダメンタリストの $t+1$ 時点の予想ボラティリティ、 $E_t^C(h_{t+1})$ はチャートリストとの $t+1$ 時点のボラティリティである。ここで、 h_t は実際に観測された過去のボラティリティ、 \bar{h}_t はファンダメンタルボラティリティ、 α はファンダメンタルボラティリティへの収束速度を表す。 β_1 はチャー

ティスとのボラティリティに対するネガティブショックに対する係数、 β_0 はポジティブショックに対する係数、 ϵ_t^- 、 ϵ_t^+ はそれぞれネガティブショック、ポジティブショックを表す。B.Frijis らが DAX オプションの市場データからパラメータフィッティングを行った結果、 α の平均値は 0.957、標準偏差が 0.043、 β_0 の平均が-0.242、標準偏差が 0.101、 β_1 の平均が 0.240、標準偏差が 0.075 であったことから、この値の範囲でエージェントごとに固有の α 、 β_0 、 β_1 を持たせた。B.Frijis らのモデルではファンダメンタリストの割合 w_t とチャートリストの割合 $(1-w_t)$ から、市場の合意価格を算出しているが、本研究ではオークションで価格決定を行った。

また、B.Frijis らはファンダメンタリストとチャートリストの構成がスイッチングすることで GARCH(1,1)モデルと同様のボラティリティ推移を表現することができているが、今回はオプション市場を中心とした検証を行っていないため、エージェント間のスイッチングは行っていない。

4-3 グローバルエージェント

本研究で定義するグローバルエージェントとは、オプション市場と原資産市場の両方にアクセス可能なエージェントである。裁定機会を狙って取引を行うアービトラージャーや、原資産ポジションのカバー目的でオプションを取引する投資家などが考えられるが、今回はデルタヘッジを行うエージェントをグローバルエージェントとしている。

グローバルエージェントはオプション市場ではマーケットメーカーのように作用し、他のエージェントの注文に向かう形でポジションを抱える。オプション市場で抱えたポジションのデルタリスクをヘッジするために原資産市場でダイナミックにヘッジ取引を行う。原資産市場で取引する際、グローバルエージェントは原資産価格に基づいてオプションポジションの現在のデルタ値を計算し、そこから必要な原資産ポジションを算出する。必要な原資産ポジションと現在保有する原資産ポジションの差分を注文量とし、原資産市場に注文を発注する(図 4)

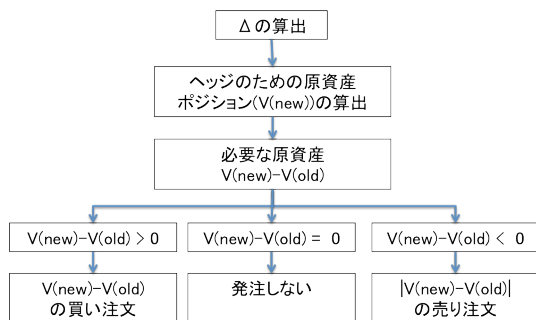


図 4: ヘッジ注文決定までの流れ

5 シミュレーション

全てのエージェントが注文を出し終わるまでのタイミングを 1 セッションとし、1 回のシミュレーションで 1000 セッションを実施した。またシミュレーション結果は 100 回のシミュレーションの平均を取っている。なお、原資産市場、オプション市場ともに裁定取引単位は 10 単位に設定している。

以下では、ファンダメンタル価格が一定である場合に、ダイナミックヘッジが原資産市場の収益率のボラティリティに与える影響を検証した。

5-1 グローバルエージェント不在の原資産市場

原資産市場のエージェント数を 5 から 300 まで変化させ、セッションごとのボラティリティの推移と出来高の変化を調べた。ボラティリティに関してはエージェント数が増えるに従ってわずかながら上昇する結果となった。これは、エージェント数が増えることで 1 セッション中のトランザクション数が増加し、前セッションからの価格の乖離が大きくなるからだと思われるが、 $N=25$ 以上ではほぼ変わらない結果となっている (図 5)。

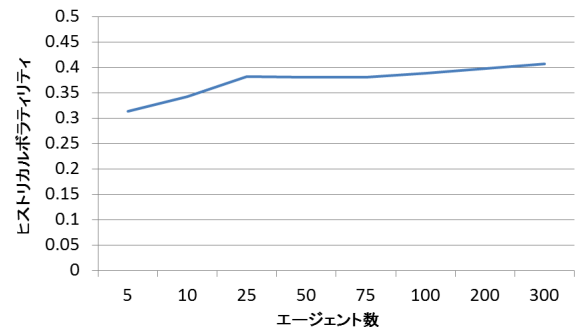


図 5: 原資産市場のボラティリティの変化

取引高の方を見るとやはりエージェント数の増加とともに増加する傾向にある (図 6)。

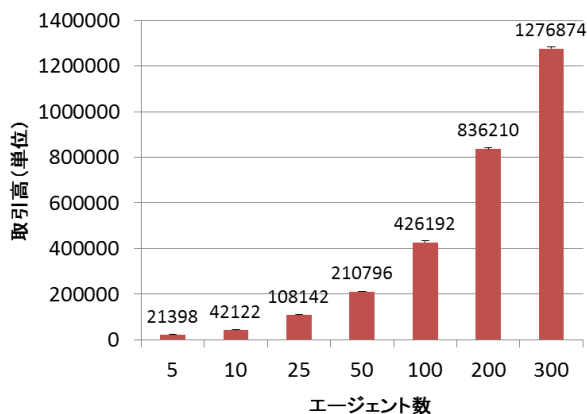


図 6: 原資産市場出来高の変化

なお、エージェント数が 200 体であった場合、シミュレーション 1 回あたりの取引高の平均 836,210 単位を最低発注単位の 10 で割った単位あたりの出来高は日経 225 先物の 2012 年の 1 日平均売買高 (78,723 単位) に近いことから、以降のシミュレーションでは原資産市場のエージェントが 200 体の場合を中心に検証を行った。また、原資産市場、オプション市場ともに各市場のローカルエージェントの最低発注量は 10 単位としている。これは、デルタの値が小さいため、ヘッジの効果を十分観測できないおそれがあることから 10 単位をベースとしたヘッジ取引の設定を実現するためである。

5-2 価格決定時のヘッジ

まず、実際のヘッジがある程度の間隔をもって行われることと、ボラティリティ算出タイミングでの価格への影響をみる観点から、1 回のセッションの最後で 1 回だけヘッジを行うシミュレーションを実施した。ダイナミックヘッジの基本的な影響を調べるために、グローバルトレーダは 1 体とし、オプションの買いポジションのみを抱えるケース (ポジティブガンマポジション) と、オプションの売りポジションのみを抱えるケース (ネガティブガンマポジション) の 2 種類のシミュレーションを行った。

図 7 はヘッジャーのオプションの保有量 (売却量) を 10、20、40、50 と変化させた時のヘッジ取引が加わった時のボラティリティの様子を表している。

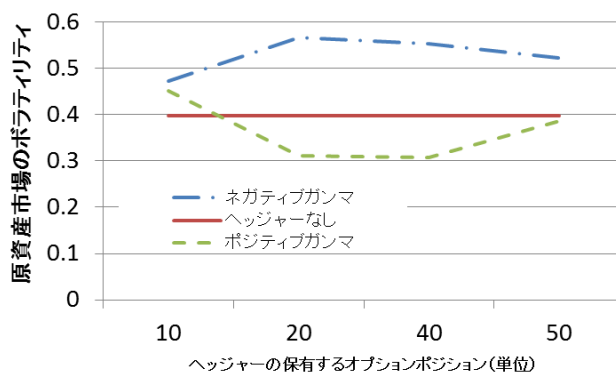


図 7: 原資産市場のボラティリティ変化

オプションを 10 単位保有している場合のヘッジ行為 (ポジティブガンマポジション) はヘッジャー不在時のボラティリティより高い結果となっているが、それ以外のポジションではポジティブガンマポジションのヘッジは原資産市場のボラティリティを低下させる結果となった。一方、オプションの売りポジションを保有している場合のヘッジ行為はいずれの保有量であっても原資産市場のボラティリティを高める結果となった。次に、全売買高に占めるヘッジ取引の割合を図 8 に示した。

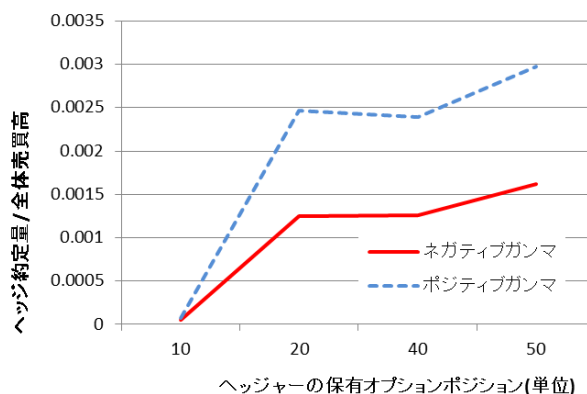


図 8 全売買高に占めるヘッジ取引の割合

ヘッジ取引量は最大でも全体の 0.3% となった。オプションの保有量 (売却量) が増大するとともに、ヘッジ取引量も増大するが、いずれの場合もポジティブガンマポジションの方がネガティブガンマポジションよりもヘッジ取引量が多い結果となった。次に、図 9 にオプションのポジションが 50 単位の時の 1 回あたりのヘッジ注文量と毎期のヘッジミス値 (Δ 値 + 原資産保有量 - 原資産売却量) を示した。

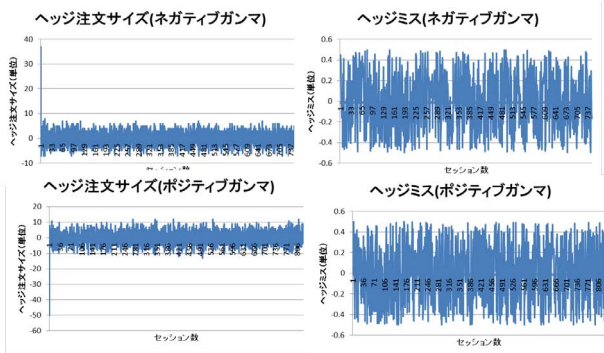


図 9: ヘッジ注文量の推移とヘッジミス

1 回目のヘッジ取引における大量発注後は、原資産市場の変化に合わせてネガティブガンマでは 5 単位前後、ポジティブガンマでは 10 単位前後の発注を行う売買となっている。またヘッジミスは全期間を通して 1 以下となっており、ヘッジ取引が成功していることを表している。

5-3 リアルタイムヘッジ

次に、1 セッション中にデルタが変化したタイミングでヘッジ注文を出すリアルタイムヘッジの検証を行った。これは何回でも無制限にヘッジ取引を行うことに相当し、現実のオペレーションでは手数料を考慮しなければならないこと、オプションの権利行使判定には引け値を利用することが合理的であること等から実際には起こりにくいシチュエーションであるが、2 章で触れたダイナミックヘッジが原資産市場に与える理論式では時間、価格は特にタイミングを指定せず、どの時間帯においても成立すると仮定しているためリアルタイムでヘッジを行った場合の影響についても検証を行った。今回は、デルタの絶対値が 1 を超えたらヘッジ注文を出すようにした。図 10 にヘッジ注文が原資産市場のボラティリティに与えた影響を示す。

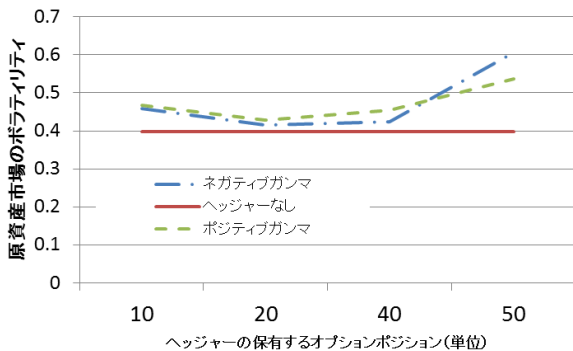


図 10: 原資産市場のボラティリティ変化

リアルタイムヘッジを行った場合、ポジティブガ

ンマポジションであっても、ネガティブガンマポジションであってもボラティリティを高める効果を持つことが示された。図 11 に示したように、ヘッジ注文の約定率が最大で全体の 10% を超えることから、ヘッジ注文の流入により原資産価格が大きく変化し、その変化によってまたヘッジを行うというスパイラルに陥っていると思われる。

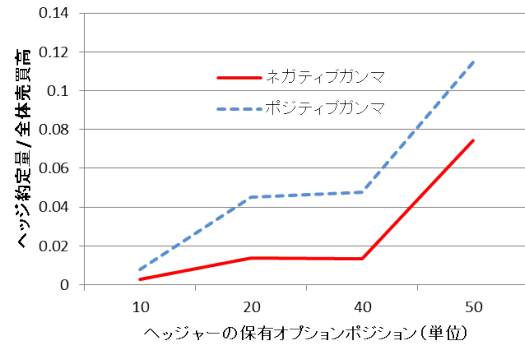


図 11: 全売買高に占めるヘッジ取引の割合

また、ヘッジ注文 1 回あたりの注文量は 1 セッションあたり 1 回のヘッジの時とわからないが、ヘッジミスを見ると、図 12 に示すように大きなヘッジミスが発生する場面が見られ、ヘッジが困難になっていることがうかがえる。

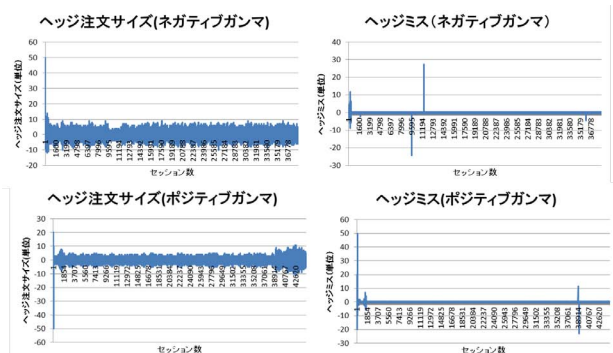


図 12: ヘッジ注文量の推移とヘッジミス

6 まとめ

本研究では、これまで長年議論となってきたデリバティブ市場と原資産市場の関係性を明らかにすることを目的としており、今回は特にオプションポジションを抱える投資家がとるヘッジ取引のインパクト分析を行った。その結果、より現実的なヘッジタイミング (1 セッションあたり 1 回のヘッジ) では、オプションのポジションを保有する投資家のヘッジ行為は、全体のわずか 0.1% から 0.3% 程度であるにも関わらず 25% 程度ボラティリティ上昇 (低下) させる結果となった。一方、リアルタイムでヘ

ッジを行う場合、ヘッジ注文の約定率は高まるものの、オプションの売り方、買い方に関わらずヘッジ注文が原資産市場のボラティリティを高めることが分かった。また、この場合はヘッジミスが拡大する場面が見られ、ヘッジ取引を行うのが困難な状況が発生することが分かった。

7 今後の展望

今後は、ヘッジインパクトの理論モデルとの比較を行う予定である。今回は実施しなかったが、モデルの拡張の観点からオプション市場自体のスタイライズドファクトの検証を実施し、本研究の目的である複数市場の相互作用について検証を進めていく。2市場が相互作用し、それぞれの市場にどういった影響を与えるのかについては、ミクロ、マクロの両視点での分析を行う予定であり、各市場のエージェントの構成や、デリバティブ市場では不可欠なアービトラージャーの影響についても考えていく予定である。

参考文献

- [1] Vince Darley, Alexander V Outkin, A Nasdaq Market Simulation Insights on a Major Market from the Science of Complex Adaptive Systems, World Scientific, (2007)
- [2] 榎原 悠太, 陳 昱, 大橋 弘忠, 鳥海 不二夫, エージェントベースモデルを用いた国際金融危機中の市場相関に関する研究, Joint Agent Workshop and Symposium(JAWS), (2012)
- [3] Frey, R., 2000, Market Illiquidity as a Source of Model Risk, in Dynamic Hedging in R. Gibson, ed.: Model Risk(RISK Publications, London), (2000)
- [4] Pearson, Neil D., Allen M. Poteshman, and Joshua White, 2007, Does option trading have a pervasive impact on underlying stock prices? Working paper, University of Illinois at Urbana-Champaign, (2007)
- [5] O. Baqueiro Espinosa, W. van der Hoek and P. McBurney, The performance of option-trading software agents: initial results, Artificial Markets Modeling: Methods and Applications. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 599, pp.113-125, (2007)
- [6] S.Ecca, Michele Marchesi, Alessio Setzu, Modeling and Simulation of an Artificial Stock Option Market, Computational Economics, Vol.32, Issue1-2, pp 37-53, (2008)
- [7] C. Wang, K. Izumi, T. Mizuta, and S. Yoshimura, Investigating the Impact of Market Maker Strategies: a Multi-agent Simulation Approach, Proceedings of 4th

- World Congress on Social Simulation, (2012)
- [8] B. Frijis, Thorsten Lehnert, Remco C.J. Zwineklis, Behavioral heterogeneity in the option market, Journal of Economic Dynamics & Control, Vol. 34, pp.2273-2287, (2010)