

# 市場急変時における銘柄間情報伝播の変化に関する分析

## Analyzing the change of the information flow among stock index and individual stocks at the time of the market sudden change

鈴木 裕士<sup>1</sup> 和泉 潔<sup>1,2</sup> 吉村 忍<sup>1</sup>

Hiroshi Suzuki<sup>1</sup>, Kiyoshi Izumi<sup>1,2</sup>, and Shinobu Yoshimura<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 東京大学大学院工学系研究科

<sup>1</sup>School of Engineering, The University of Tokyo

<sup>2</sup> 科学技術振興機構 CREST & さきがけ

CREST & PRESTO, JST

**Abstract:** In this paper, we analyze how the relationship among Nikkei average futures and individual stocks changes when a big event occurs, intending to give investors useful information for the risk management. We showed that while there were few particular relationships among Nikkei average futures and individual stocks before the Great East Japan Earthquake, just after that, the relationships greatly changed, and there were some trends peculiar to individual stocks in how the relationships changed.

## 1. 諸言

### 1.1 背景

近年、株式売買システムの高度化に伴い高頻度取引が増えてきており、複数の銘柄に大量の注文の出し入れが行われるようになった。そのような中、市場が急落する前には銘柄間で価格が連動しているという研究結果が発表されるなど、投資におけるリスク管理のために銘柄間の関係性を理解することが非常に重要になっている[1]。

### 1.2 既存研究

銘柄間の関係性を分析する研究では、価格データを用いて銘柄間の相関係数を用いる手法や全域木を用いる手法など、様々提案されている[2,3]。Kullmanら[4]は各銘柄の価格データを用い、時間差をつけて相関係数を計算することで、どの銘柄がどの銘柄に価格の影響を与えているのかの分析を試みた。ところが相関係数がピークをとる時間差の時でも値自体が小さく、それ以上の解釈を加えることが困難であった。

Schreiber[5]により導入された移動エントロピーは、時系列データの連続性を考慮した計算方法であり、データ間の情報伝播の方向性もわかる手法である。また、確率をもとにした計算方法であるため、値の根拠を分析することで状態推移の確率の変化を分析できるという点でも優れている。Marschinskiら[6]

はこの移動エントロピーを用い、ダウ平均株価とDAX指数の間の情報の流れを分析し、ダウ平均株価からDAX指数へ価格伝播があることを示した。Kwonら[7]は対象とするインデックスの種類を25に増やし、情報の流れをネットワークとして可視化した。さらにKwonら[8]は、個別銘柄を業界ごとにグループ化したデータを用いることでインデックスから個別銘柄への情報伝播があることを示した。また、Shiら[9]はアジア通貨危機の前後で中国とアメリカの市場間の情報伝播の仕方が変化したことを示した。ところがこれらの研究はすべてインデックスどうしを対象にしていたり、長期間の情報伝播を対象にしていたりしており、日々の投資家の活動に役立つものとは言えない。

### 1.3 研究の目的

本研究では、日経平均先物と個別銘柄の関係性、すなわち、日経平均先物に入った注文が他の銘柄の価格にどのように影響を与えるか、あるいは個別銘柄に入った注文が日経平均先物にどのような影響を与えるのかを解明することで、投資家のリスク管理に有益な情報を提供することを目的とする。そのために、既存研究よりも時間間隔の短いデータを用い、ある大きな出来事が生じた後に銘柄間の関係性がどのように変化するかを分析する。

## 2. 移動エントロピー

移動エントロピーは、離散的な2つの定常過程間の情報の流れを測定するために Schreiber[4]により導入された。ここで、2つの離散的な定常過程 $I$ と $J$ を考える。過程 $I$ から $k$ 個のサンプル、過程 $J$ から $l$ 個のサンプルを用いて計算する場合、移動エントロピーは以下ようになる。

$$T_{J \rightarrow I} = \sum p(i_{t+1}, i_t^{(k)}, j_t^{(l)}) \log \frac{p(i_{t+1} | i_t^{(k)}, j_t^{(l)})}{p(i_{t+1} | i_t^{(k)})} \quad (1)$$

$i_t$ と $j_t$ はそれぞれ過程 $I$ と $J$ の時間 $t$ における離散状態を表す。 $i_t^{(k)}$ は過程 $I$ の時間 $t$ における状態から $k$ 個分遡った状態までを含めたベクトルであり、 $i_t^{(k)} = (i_t, i_{t-1}, \dots, i_{t-k+1})$ と表される。 $j_t^{(l)}$ も同様に、 $j_t^{(l)} = (j_t, j_{t-1}, \dots, j_{t-l+1})$ と表される。同時確率分布 $p(i_{t+1}, i_t^{(k)}, j_t^{(l)})$ は $i_{t+1}$ 、 $i_t^{(k)}$ 、 $j_t^{(l)}$ がそれぞれ特定の値をとるときの確率である。条件付き確率分布 $p(i_{t+1} | i_t^{(k)}, j_t^{(l)})$ と $p(i_{t+1} | i_t^{(k)})$ はそれぞれ、 $i_t^{(k)}$ と $j_t^{(l)}$ 、あるいは $i_t^{(k)}$ の値が既知であるときに $i_{t+1}$ が特定の値をとる確率である。

$T_{J \rightarrow I}$ は過程 $J$ の変遷がもう一方の過程 $I$ の遷移確率にどれだけ影響を与えるかを計算する。同時確率分布と条件付き確率分布の $i$ と $j$ を入れ替えることで逆方向の影響を計算することができる。また、移動エントロピーの計算方法は $i_t$ と $j_t$ に関して非対称になっており、これにより2つの時系列データの情報伝播の方向性がわかる。

移動エントロピーは過程 $J$ から過程 $I$ への情報の流れから定量化できる。また、過去の過程 $I$ と過程 $J$ から得られる過程 $I$ の未来の状態に対する情報量と、過去の過程 $I$ のみから得られる過程 $I$ の未来の状態に対する情報量の差をとることで計算することができる。したがって、移動エントロピーは以下のように書き直すことができる。

$$T_{J \rightarrow I} = h_I(k) - h_{IJ}(k, l) \quad (2)$$

ここで、

$$h_I(k) = - \sum p(i_{t+1}, i_t^{(k)}) \times \log p(i_{t+1} | i_t^{(k)}) \quad (3)$$

$$h_{IJ}(k, l) = - \sum p(i_{t+1}, i_t^{(k)}, j_t^{(l)}) \log p(i_{t+1} | i_t^{(k)}, j_t^{(l)}) \quad (4)$$

である。

## 3. 数値実験

個別銘柄間の関係性を解明するための予備実験として、まずは日経平均先物と個別銘柄との関係性が、東日本大震災が生じた2011年3月11日の後にどのように変化したかを分析する。ここでは価格データのみを用いる。

### 3.1 使用データ

日経平均先物と表1に示す10銘柄を対象に分析する。日経平均先物は日本経済の先行きを占う指標と考えることができる。銘柄は、日経平均の計算に対する寄与度の大きな10銘柄を選んでいる。期間は2011年1月31日から2011年4月29日で、市場が開いている平日の9:00~11:00と12:30~15:00の10秒ごとの価格データを用いる。

表1: 分析対象銘柄

銘柄コード	銘柄名
4063	信越化学工業
4503	アステラス製薬
6954	ファナック
6971	京セラ
7203	トヨタ自動車
7267	本田技研工業
9433	KDDI
9735	セコム
9983	ファーストリテイリング
9984	ソフトバンク

### 3.2 実験方法

使用したデータを1週間ごとに分割して計13の区間とする。1区間あたりデータ数は8100となり、これを1つの時系列データとして扱う。移動エントロピーの計算ではデータを離散化するため、前の時間帯から価格が上昇した場合には1、下降した場合には-1、変化がなかった場合には0とする。

この離散化したデータを用い、式(1)で $k = l = 1$ とし、各区間で移動エントロピーを計算する。

各区間において先物価格の時系列データと各銘柄

価格の時系列データ間の移動エントロピーを両方向から計算し、区間の移り変わりによる移動エントロピーの推移を分析する。

### 3.3 実験結果

各区間で個別銘柄と先物間の移動エントロピーを計算した結果を図1に示す。上が先物から個別銘柄への移動エントロピーであり、下が個別銘柄から先物への移動エントロピーである。比較のために先物価格とランダムデータの移動エントロピーも計算してrandomとして示してある。ランダムデータとは各タイムステップで1と0と-1が完全にランダムに出現するデータであり、データ数は他の時系列データと合わせてある。

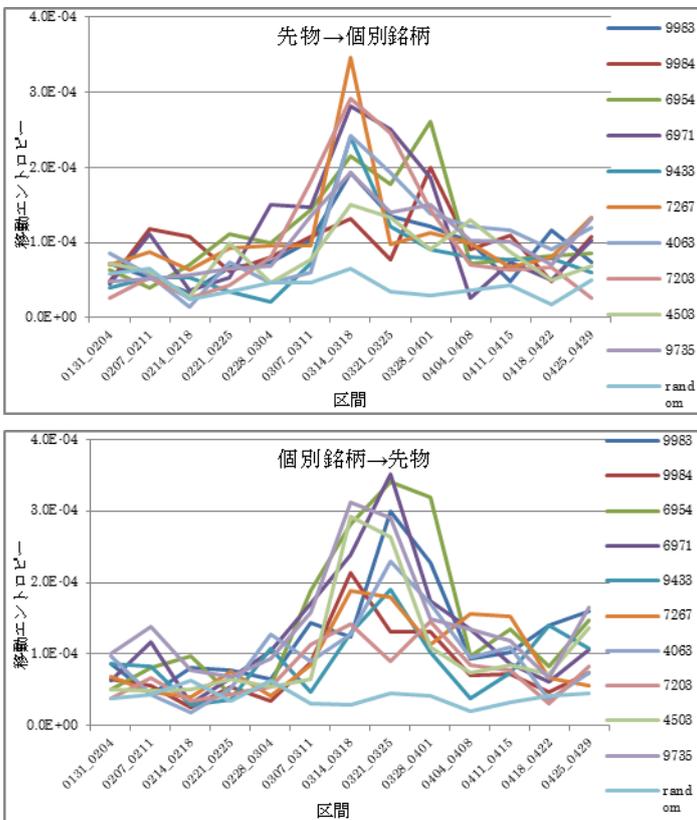


図1: 個別銘柄と先物間の移動エントロピー

この図から、震災直前まではランダムデータとの移動エントロピーとあまり変わらないが、震災直後の3月14日～3月18日の区間や、その後の3月21日～3月25日の区間で値が非常に大きくなっている場合が多いことがわかる。それぞれの方向での移動エントロピーで、震災後に時差なしでピークを迎えるか(3月14日～3月18日の区間にピークを迎える)、時差ありでピークを迎えるか(それ以降の区間にピークを迎える)で銘柄を大まかに4分割することができる。これをまとめたものを表2に示す。

表2: ピークのタイミングによる銘柄分類

		先物→個別銘柄	
		時差なし	時差あり
個別銘柄 ↓ 先物	時差なし	4503, 9735	9984
	時差あり	4063, 6971, 7203, 7267, 9433, 9983	6954

表2からわかるように、先物から個別銘柄への移動エントロピーのピークが時差なしで現れ、個別銘柄から先物への移動エントロピーのピークが時差ありで現れる銘柄が最も多い。日経平均先物は日本経済の先行きの期待を表した指標と考えられる。東日本大震災のような日本経済全体に大きな影響を与える出来事の後では、まず日本経済全体の先行きをとらえてそれから個別銘柄の先行きを考え、日経平均の変動が落ち着いてからは逆に、個別銘柄の動きを見て日本経済全体の先行きを考えるようになると思われる。さらに、今回分析した銘柄は日経平均株価の計算に対する寄与度の大きな銘柄だったため、このような傾向が顕著に表れたと考えられる。

分析期間における日経平均の推移を図2に示す。日経平均は3月18日頃から再び安定しているため、その後の移動エントロピーの増加は株価の変動の大きさが原因ではなく、先物と個別銘柄との関係性が変化したことが原因であると考えられる。



図2: 日経平均の推移

移動エントロピーの計算と同様に離散化したデータを用いて、同条件のもと先物価格と個別銘柄価格との相関係数を計算する。図3にトヨタの例を示す。時間差がないとき、先物価格が10秒先行しているとき、トヨタ株価格が10秒先行しているときについてそれぞれ計算した。移動エントロピーの結果からは、3月14日～3月18日の区間で先物価格が先行しているときの相関係数が大きくなり、3月21日～3月25日の区間でトヨタ株価格が先行しているときの相関

係数が大きくなることが予想されるが、そのようにはなっていない。他の区間に比べて大きくはなっているがわずかであり、移動エントロピーほど顕著な結果が現れていない。これは、計算方法にデータの連続性が考慮されている移動エントロピーに対して、相関係数は2つの時系列データの1対1の対応しかとらえていないからであると考えられる。この結果から、情報伝播の測定に移動エントロピーを用いる方が特徴を大きくとらえられることがわかる。

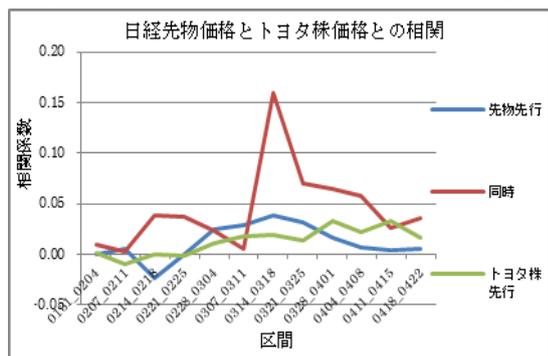


図3: 日経先物価格とトヨタ株価格との相関

#### 4. 課題と展望

今回の実験により、個別銘柄と先物間の情報伝播の測定に移動エントロピーを用いることの有意性が示された。また、震災のような大きな出来事の後では移動エントロピーが大きく変化し、この変化の仕方は銘柄ごとに特徴があることも示された。ところが今回の実験では日経平均を構成する一部の銘柄を取り上げただけであり、銘柄間の関係性も分析できていない。また、震災という1つの出来事についてしか分析できていない。これらの課題を踏まえ、以下の4つを今後の展望としたい。

1 つ目に、銘柄の種類を増やす。日経平均の計算への寄与度の小さな銘柄にまで範囲を広げ、銘柄ごとの傾向を分析する。

2 つ目に、銘柄間の関係性も分析する。個別銘柄の価格は頻繁には変化しないので、個別銘柄間の関係性を調べるには価格データだけでは不十分であると考えられる。そのため、より詳細な注文データまで含まれる板情報を用いる。

3 つ目に、震災以外の出来事についても分析する。震災は生産設備やサプライチェーンの崩壊、電力不足のような実物への損害を与えることで日本経済全体に打撃を与え、大きく株安になった。この他にも、実物には影響はないが円高株安を招いた米国債価格下げや、円安株高を招いた日銀の異次元緩和などの出来事について分析する。このように様々な出来事について分析することで、出来事の性質によって市場

構造の変化の仕方がどのように異なるかを分析する。

4 つ目に、銘柄間の関係性の詳細について分析する。リスク管理に有益な情報を提供するという目的のために、ある銘柄ペアがどのような変化をしたとき、価格にどのような影響を与えることが多いのかも分析する。さらにこの関係性の変化をよりの確にとらえるため、1週間という画一的な区間ではなく、大きな出来事に付随する出来事が生じたときで期間を区切って分析する。

#### 参考文献

- [1] D. Harmon, M. A. M. Aguiar, D. D. Chinellato, D. Braha, I. R. Epstein and Y. Bar-Yam.: Predicting economic market crises using measures of collective panic, arXiv:1102.2620v1, (2011)
- [2] V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. N. Amaral and H. E. Stanley.: Universal and Nonuniversal Properties of Cross Correlations in Financial Time Series, Physical Review Letters, 83, 7, pp.1471-1474, (1999)
- [3] C. Eom, G. Oh, W. -S. Jung, H. Jeong and S. Kim.: Topological properties of stock networks based on minimal spanning tree and random matrix theory in financial time series, Physica A, 388, pp. 900-906, (2009)
- [4] L. Kullmann, J. Kertész and K. Kaski.: Time-dependent cross-correlations between different stock returns: A directed network of influence, Physical Review E, 66, 026125, (2002)
- [5] T. Schreiber.: Measuring Information Transfer, Physical Review Letters, 85, 2, pp. 461-464, (2000)
- [6] R. Marschinski and H. Kantz.: Analysing the information flow between financial time series; An improved estimator for transfer entropy, The European Physical Journal B, 30, pp.275-281, (2002)
- [7] O. Kwon and J. -S. Yang.: Information flow between stock indices, Europhysics Letters, 82, 68003, (2008)
- [8] O. Kwon and J. -S. Yang.: Information flow between composite stock index and individual stocks, Physica A, 387, pp. 2851-2856, (2008)
- [9] W. Shi and P. Shang.: Cross-sample entropy statistic as a measure of synchronism and cross-correlation of stock markets, Nonlinear Dynamics, 71, pp. 539-554, (2013)