

人工市場シミュレーションによるマーケットメイカーが市場間競争に与える影響の分析

Analysis of the Market Makers' Impact to the Competition among Markets using an Artificial Market

草田 裕紀^{1*} 水田 孝信² 早川 聡³ 和泉 潔^{1,4}
Yuki Kusada¹, Takanobu Mizuta², Satoshi Hayakawa³, Kiyoshi Izumi^{1,4}

¹ 東京大学大学院工学系研究科

¹ School of Engineering, The University of Tokyo

² スパークス・アセット・マネジメント株式会社

² SPARX Asset Management Co. Ltd.

³ 株式会社大阪取引所 IT 推進室

³ Osaka Exchange, Inc.

⁴ 独立行政法人科学技術振興機構 CREST

⁴ CREST, JST.

Abstract: We built an artificial market model and investigated for market maker's impact to the competition among markets. If there is a market maker in a minor market, we found that share of the major market's volume transferred to the minor market. Although market maker's spread was wider than the average of major market's bid-offer-spread, share of the major market's volume transferred to the minor market and the speed of transfer from the major market to the minor market depended on the market maker's spread. We also analyzed the mechanism and revealed it.

1 はじめに

近年、米国や欧州を中心に情報通信技術を駆使しコストの低廉な取引市場が増加しており、伝統的な取引市場と出来高（売買取引の数量）のシェアを分け合うまでになり¹、同一銘柄の株式が複数の取引市場において取引され、その是非が活発に議論されている。日本においても、私設取引システムが出現し、徐々に取引高を伸ばしている²。

また取引市場間での出来高シェアを決める要因には、取引制度として、マーケットメイカー制度、ティックサイズ（注文価格の最小単位）の細かさ、取引時間、決済方法、取り扱う注文の多様性などがあり、取引システムとしては、高速性³、システムの安定性など様々である。その中でも売りと買いに同時に高頻度で注文する戦略を取るマーケットメイカーについての研究とし

て実証分析 [6] や人工市場モデル⁴ を用いたシミュレーション研究 [9] がある。しかしマーケットメイカーが取引市場間のシェアに与える影響を分析した研究は多くない。どのようなマーケットメイカーが出来高シェアを奪うことが出来るのか、実証研究だけで分析を行うのは困難が伴う。というのも、試したことがないマーケットメイカーの提示スプレッドや過去にないティック・サイズが導入された場合の分析ができない上、シェアの推移にはさまざまな要因が複雑に関わっており実証研究ではマーケットメイカーの効果だけを取り出すのは困難だからである。

本研究では、人工市場モデルを用いたシミュレーションを行い、マーケットメイカーの有無と初期の出来高シェアのみが異なる2つの取引市場におけるシェアの移り変わりを分析した。その結果、シェアが取れていない取引市場 B にのみ指値注文を出すマーケットメイカーのビット・オファー・スプレッド θ はメインの取引市場 A のビット・オファー・スプレッドの平均値 $\bar{\theta}_A$ より大きな値でもシェアを奪うことが出来ることが分かった。またそのシェアを奪うメカニズムについて言

*連絡先： 東京大学大学院工学系研究科
113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1
E-mail: yuki.kusada2@gmail.com

¹ 海外の取引市場の競争状況を報告したレポートとして [1, 2, 3].

² 日本における最近の PTS の動向をレポートしたものと [4].

³ 取引市場間の競争における高速化の重要性に関しての解説に [5] がある。

⁴ 関連研究として [7, 8] など多数。

及した。以後2節で本研究で用いた人工市場モデルを説明し、3節でシミュレーション結果、4節で結果と今後の課題を述べる。

2 人工市場モデル

本研究では[8]の人工市場モデルをベースに、新たにマーケットメイカーの役割を果たすエージェントを加えてモデルを構築した。[10]では、シンプルでありながら、実証分析で得られた長期間に存在する価格変動の統計的性質を再現できるエージェントモデルの構築に成功している。[8]では、[10]のモデルでは再現されていないが、注文の成約率（約定率）、注文のキャンセル率といった高頻度取引にかかわる統計量も再現した。人工市場モデルを用いたシミュレーション研究は、実際の市場にみられる多くの統計的性質 (stylized fact⁵) を再現したり規制の効果を検証したりと、多くの成果をあげている。一方で、多くの人工市場モデルはパラメータが多すぎて複雑すぎるという指摘もされている ([12])。なぜなら、モデルの妥当性は実証分析で得られている fat-tail⁶ や volatility-clustering⁷ といった代表的な stylized fact が再現できるかどうかで評価されるが、モデルを複雑にしても多くの場合は、再現できる stylized fact の種類が増えたり再現の精度が上がったりしないからである。そのため本研究においても [8] と同様に、分析目的を果たせる範囲内でなるべくシンプルなモデルの構築を行った。

本モデルは1つの株式のみを取引対象にし、また2つの取引市場Aと取引市場Bで取引できる場合をモデル化した。価格決定メカニズムは、ザラバ方式（連続 double auction 方式）⁸ とした。取引主体として n 体のスタイライズドトレーダーと1体のマーケットメイカーが存在する。本モデルの価格決定メカニズムはザラバ方式であるため、買い（売り）注文の場合、注文価格より安い（高い）注文が既に存在すれば最も安い（高い）売り（買い）注文と即座にマッチングされ取引が成立する。本研究ではこれを、成行注文と呼ぶ。マッチングする注文がなければ注文を残す。本研究ではこれを指値注文と呼ぶ。指値注文は時刻 t_c 経過してもマッチングされなかった場合に、キャンセルされる。なお、各スタイライズドトレーダーは資産を何単位でも買うことができ（キャッシュが無限大）、空売りも自由に行うことができる。

スタイライズドトレーダーは番号 $j = 1$ から順番に $j = 2, 3, 4, \dots, n$ と発注を行う。最後のスタイライズド

トレーダー $j = n$ の発注後、次の時刻には、また最初のスタイライズドトレーダー $j = 1$ から発注を繰り返す。時刻 t は1体のスタイライズドトレーダーが発注するごとに1増える。つまり、発注しただけで取引が成立しない場合も時刻が進む。スタイライズドトレーダー j は注文価格、売り買いの別を以下のように決定する。時刻 t におけるスタイライズドトレーダー j の期待リターン $r_{e,j}^t$ を、

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 w_{i,j}} (w_{1,j} \log \frac{P_f}{P^{t-1}} + w_{2,j} r_{h,j}^{t-1} + w_{3,j} \epsilon_j^t) \quad (1)$$

とする。ここで、 $w_{i,j}$ はスタイライズドトレーダー j の i 項目の重みであり、それぞれ0から $w_{i,max}$ まで一様乱数で決める。 P_f は時間によらず一定のファンダメンタル価格、 P^t は時刻 t での取引価格（当該時刻に取引が成立しなかった場合には、時刻をさかのぼって最後に取引が成立した価格とし、時刻 $t = 0$ では $P^t = P_f$ とする）、 ϵ_j^t は時刻 t 、スタイライズドトレーダー j の乱数項であり、平均0、標準偏差 σ_ϵ の正規分布乱数である。 $r_{h,j}^t$ は時刻 t にスタイライズドトレーダー j が計測した過去リターンであり、 $r_{h,j}^t = \log(P^{t-1}/P^{t-\tau_j})$ である⁹。ここで τ_j はシミュレーション開始時に1から τ_{max} までの一様乱数でスタイライズドトレーダーごとに決める。式(1)の第1項目はファンダメンタル価格と比較して安ければプラスの期待リターンを、高ければマイナスの期待リターンを示す、ファンダメンタルな投資家の成分である。第2項目は過去のリターンがプラス（マイナス）ならプラス（マイナス）の期待リターンを示す、テクニカルな投資家の成分であり、第3項目はノイズを表している。期待リターン $r_{e,j}^t$ より期待価格 $P_{e,j}^t$ は、

$$P_{e,j}^t = P^{t-1} \exp(r_{e,j}^t) \quad (2)$$

で求まる。注文価格 $P_{o,j}^t$ は平均 $P_{e,j}^t$ 、標準偏差 P_σ の正規分布乱数で決める。ここで、 P_σ は定数である。そして、売り買いの別は期待価格 $P_{e,j}^t$ と注文価格 $P_{o,j}^t$ の大小関係で決める。すなわち、

$$\begin{aligned} P_{e,j}^t > P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の買い} \\ P_{e,j}^t < P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の売り} \end{aligned} \quad (3)$$

とし、注文数量は常に1単位の固定する。本研究では、1つの株式を2つの取引市場で取引できる場合を調べた。2つの取引市場はマーケットメイカーの有無と、以下に述べる出来高（売買取引が成立した数量）のシェア W_A, W_B の初期値以外は全く同じである。2つの取引市場A、Bがある場合、各スタイライズドトレーダーはどちらの取引市場に注文を出すかを決定する必要がある。それを注文を出すごとに判定するようにした。買

⁹ $t < \tau_j$ のときは $r_{h,j}^t = \log(P^{t-1}/P_f)$ とする

⁵[11]に整理されている。

⁶価格の騰落率の尖度がプラスであること。

⁷価格の騰落率の標準偏差が自己相関を持つこと。

⁸売り手と買い手の双方が価格を提示し、売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する方式。[13, 14] 参照。

い(売り)注文の場合、取引市場 A, B ごとに最も安い(高い)売り(買い)注文を探す。取引市場 A, B の最良価格が異なり、かついずれかの取引市場で成行注文となる場合は、より良い最良価格(買い(売り)注文の場合安い(高い)方の最良価格)を提示している取引市場に注文を出す。その他の場合、つまり2つの取引市場の最良価格が同じか、いずれの最良価格においても指値注文となる場合は、確率 W_A ,

$$W_A = \frac{T_A}{T_A + T_B} \quad (4)$$

で取引市場 A を選ぶ。ここで、 T_A は取引市場 A の過去 t_{AB} 期間の出来高、 T_B は取引市場 B のそれである。したがって取引市場 B を選ぶ確率 W_B は、確率 $W_B = 1 - W_A = T_B / (T_A + T_B)$ となる。また、時刻 t_{AB} に達するまでの W_A は出来高シェアの初期値として外から与える。

マーケットメイカーの注文方法として、各スタイルズドトレーダーが注文を行う間、つまり時刻 t と時刻 $t+1$ 間といったタイミングで、買いと売りに1単位ずつ取引市場 B にのみ指値注文を行う。これは現実のマーケットメイカーは高速で高頻度の売買を行っているためである。またマーケットメイカーが注文を出す際には、約定しなかった前回の買い注文と売り注文をキャンセルしてから注文を出し直すようにした。また取引市場にあるもっとも高い買い注文(もっとも安い売り注文)を最良買い気配(最良売り気配)と呼び、マーケットメイカーは注文を出す市場だけではなく、2つの取引市場の最良気配値を参照して価格決定を行うようにした。時刻 t における取引市場 A の最良買い気配を $P_A^{t,b}$ 、最良売り気配を $P_A^{t,s}$ 、取引市場 B の最良買い気配を $P_B^{t,b}$ 、最良売り気配を $P_B^{t,s}$ 、マーケットメイカー固有のスプレッドを θ とすると、時刻 t と時刻 $t+1$ の間に出すマーケットメイカーの買い注文価格 $P_{o,m}^{t,b}$ と売り注文価格 $P_{o,m}^{t,s}$ は、

$$\begin{aligned} P_{o,m}^{t,b} &= \frac{1}{2}(\max\{P_A^{t,b}, P_B^{t,b}\} + \min\{P_A^{t,s}, P_B^{t,s}\} - P_f \times \theta) \\ P_{o,m}^{t,s} &= \frac{1}{2}(\max\{P_A^{t,b}, P_B^{t,b}\} + \min\{P_A^{t,s}, P_B^{t,s}\} + P_f \times \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

である。

3 シミュレーション結果

本研究では、[8] と同様の、以下のパラメータを用いた。[8] では、さまざまなパラメータを検討し妥当性検証を行った結果、これらのパラメータを決定している。スタイルズドトレーダー個体数 $n = 1000$ 、マーケットメイカー個体数 1、ファンダメンタル成分への重みの最大値 $w_{1,max} = 1$ 、テクニカル成分への重みの最大値 $w_{2,max} = 10$ 、ノイズ成分への重みの最大

値 $w_{3,max} = 1$ 、テクニカル成分を計算する際にさかのぼる最も過去の時刻 $\tau_{max} = 10000$ 、ノイズ成分の標準偏差 $\sigma_\epsilon = 0.06$ 、注文価格決定の際の標準偏差 $P_\sigma = 30$ 、指値注文の最大有効期間 $t_c = 20000$ 、2つの取引市場における最良価格が同一の場合や指値注文場合の発注確率計算期間、及びその初期固定期間 $t_{AB} = 100000$ 、ファンダメンタル価格 $P_f = 1000000$ とした。これらのパラメータの組み合わせについて、複数条件での並行シミュレーションのプラットフォームである OACIS[15] を用いて、乱数系列を変えて 10 回ずつシミュレーション実験を行った。

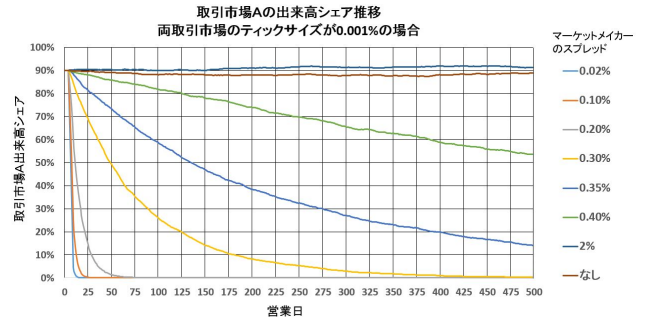


図 1: マーケットメイカーのスプレッド θ を様々に変化させた時の取引市場 A の出来高のシェアの推移 (両取引市場のティックサイズは 0.001%)。

最初に、取引市場が2つある場合のシェアの移り変わりを調べた。取引市場 A と取引市場 B は、初期の出来高シェアとマーケットメイカーの有無以外は全く同じである。図 1 は、取引市場 A の出来高のシェアの推移である。初期値として、 $W_A = 0.9$ とし¹⁰、また取引市場 A と取引市場 B のティックサイズはファンダメンタル価格に対して $\Delta P_A = 0.001\%$ 、 $\Delta P_B = 0.001\%$ とした。この時、マーケットメイカーのスプレッド θ を徐々に変化させて取引市場間のシェアの推移を観察した。図 1 より、マーケットメイカーのスプレッド θ は小さければ小さいほどシェアを奪うのにかかる時間が短くなることが分かる。

表 1 は、両取引市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$ 、 $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ をさまざまに変化させた場合の 500 営業日後の取引市場 B の出来高シェアを表にしたものである。また下部に、マーケットメイカーが存在しない場合のシミュレーションから求めた取引市場 A と取引市場 B のビット・オファー・スプレッドの平均値を表示した。そして、取引市場 A のビット・オファー・スプレッドを境界にして表を分割するように線を引いた。注目すべきは、両方の取引市場のティックサイズが十分小さい場合、マーケットメイカーのスプレッド θ が取引市場 A のビット・オファー・ス

¹⁰ 初めの W_A を変えた場合でも本質的な結果は変わらなかった。

ブレット θ_A の平均値 $\bar{\theta}_A$ よりも大きい場合でもシェアを奪っている点である。

表 1: 両取引市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ をさまざまに変化させた場合の 500 営業日後の取引市場 B の出来高シェア。

500営業日後の取引市場Bの出来高シェア		両取引市場のティックサイズ					
		0.0001%	0.001%	0.01%	0.1%	1%	
マーケットメイカーのブレット	0.02%	100%	100%	100%	100%	100%	65%
	0.1%	100%	100%	100%	100%	100%	60%
	0.2%	100%	100%	100%	100%	100%	60%
	0.3%	100%	100%	100%	100%	94%	67%
	0.35%	95%	86%	81%	81%	15%	63%
	0.4%	48%	46%	38%	23%	6%	61%
	2%	12%	9%	10%	6%	9%	9%
なし	9%	11%	10%	4%	12%	12%	
市場Aビット・オフ		0.16%	0.15%	0.15%	0.21%	1.01%	
市場Bビット・オフ		0.30%	0.28%	0.30%	0.36%	1.03%	

また、表 2 は両取引市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ を変化させた場合の全取引市場の総取引数に占めるマーケットメイカーの取引数の割合である。この表 2 にも表 1 同様に取引市場 A のビット・オフ・スプレッドの平均を境に線を引いた。表 3 から分かるように、素早くシェアを獲得するにはマーケットメイカーがより多く約定に関与する必要がある、取引割合があまりに小さいとシェアの推移が観察できない。このことからマーケットメイカーの存在によって流動性が高まり、実際にマーケットメイカーの注文が約定することでシェアが推移していると判断できる。また取引市場のティックサイズは小さいほうがマーケットメイカーの全取引市場の総取引数に占めるマーケットメイカーの取引数の割合は高い。これは、図 2 のようにティックサイズが小さければ希望の注文価格により近い価格で注文を出すことができるため、よりスプレッドをタイトに保つことができるのである。

表 2: 両取引市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ をさまざまに変化させた場合の総取引数に占めるマーケットメイカーの取引数の割合。

2つの取引市場の総取引数に対するマーケットメイカーの取引高割合の平均		両取引市場のティックサイズ					
		0.0001%	0.001%	0.01%	0.1%	1%	
マーケットメイカーのブレット	0.02%	92.0%	91.7%	90.5%	35.9%	0.4%	
	0.1%	59.6%	59.0%	57.3%	34.9%	0.5%	
	0.2%	25.7%	23.1%	20.4%	5.4%	0.4%	
	0.3%	4.4%	3.7%	3.0%	1.2%	0.5%	
	0.35%	1.8%	1.3%	0.9%	0.1%	0.4%	
	0.4%	0.3%	0.3%	0.2%	0.1%	0.4%	
	2%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	
なし	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
市場Aビット・オフ		0.16%	0.15%	0.15%	0.21%	1.01%	
市場Bビット・オフ		0.30%	0.28%	0.30%	0.36%	1.03%	

実験によって得られたデータを分析すると、通常は

マーケットメイカーの注文は取引市場の最良気配の外側にある場合が大半である。しかし、取引市場 A の最良買い気配がスタイライズドトレーダーによって約定され、取引市場 A のビット・オフ・スプレッド θ_A が一時的に大きくなることもある。この時に、マーケットメイカーの注文が内側に入り、約定するといった状況が確認されたのである。これらを繰り返すことでシェアの推移が起こると考えられる。

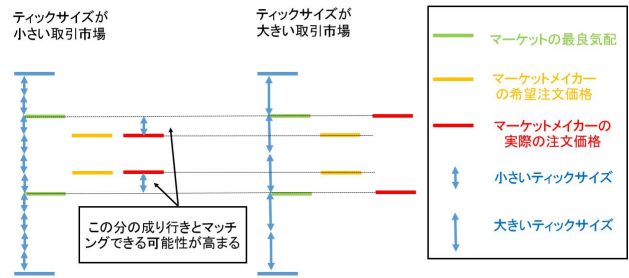


図 2: ティックサイズが小さい市場のほうがマーケットメイカーの取引関与率が高くなるメカニズム。

これらのメカニズムを図 3, 図 4 にまとめた。大半は図 3 のような状態となっており、取引市場 A のビット・オフ・スプレッド θ_A はマーケットメイカーのスプレッド θ より小さい。しかし、一時的に図 4 のような取引市場 A のビット・オフ・スプレッド θ_A がマーケットメイカーのスプレッド θ を上回る場合がある。この期間はマーケットメイカーの注文が約定される可能性がある。しかし、もちろんマーケットメイカーの注文が取引市場 B の最良気配になっている必要がある。

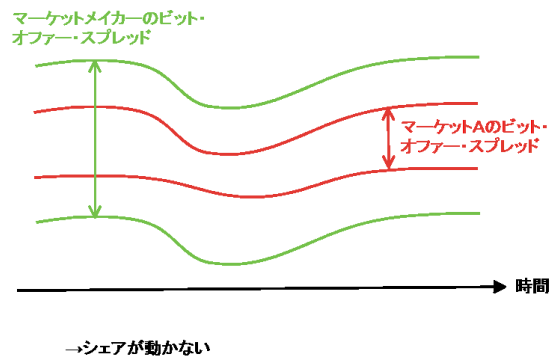


図 3: シェア変動メカニズム (平常時)。

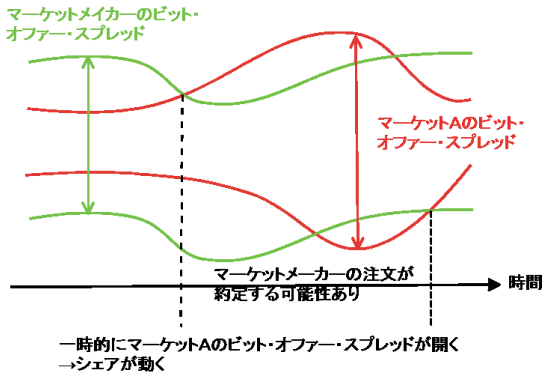


図 4: シェア変動メカニズム (マーケットメイカー約定時)。

マーケットメイカーの妥当性についても簡単に述べる。マーケットメイカーの発注行動やスプレッドについては数多く研究されている¹¹。しかし今回は用いたマーケットメイカーのモデルを非常にシンプルにしており、また個体数も1体と設定した。現実世界のマーケットメイカーは多数存在する場合もあるが、取引市場間のシェアの推移がどの要因の作用されるのかを分かりやすくするためにあえてシンプルなモデルにしたのである。またこのモデルに関して言えば、マーケットメイカーの注文量は十分な量を担保できており、また、その他のトレーダーすなわちスタイライズドトレーダー各個体の発注タイミングの間において、常にその提示する注文値段を変更できるモデルとなっており、マーケットメイカーの個体数は大きな影響を及ぼさないと考える。

表 3: 両取引市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ をさまざまに変化させた場合のマーケットメイカーの利得

500営業日後の マーケットメイカーの利得(単位:100万)	両取引市場のティックサイズ				
	0.0001%	0.001%	0.01%	0.1%	1%
マーケットメイカー の スプレッド θ					
0.02%	266	243	262	493	-6
0.1%	857	849	854	482	5
0.2%	793	710	647	155	-3
0.3%	230	194	154	39	-5
0.35%	114	83	54	3	4
0.4%	24	21	15	5	0
2%	0	0	0	0	0
なし	0	0	0	0	0
市場Aビット・オ フアー・スプレッド	0.16%	0.15%	0.15%	0.21%	1.01%
市場Bビット・オ フアー・スプレッド	0.30%	0.28%	0.30%	0.36%	1.03%

さらにマーケットメイカーの利得についても簡単に触れておく。マーケットメイカーの利得は基本的にプラスである必要がある。表3は両取引市場のティックサイズ $\Delta P_A\%$, $\Delta P_B\%$ とマーケットメイカーのスプレッド θ をさまざまに変化させた場合のマーケットメイカーの

¹¹[?], [?], [?] など多数。

利得をまとめたものである。この表3から分かるように、マーケットメイカーの利得はティックサイズが [8] にある標準偏差の騰落率以下の取引市場 (この場合はティックサイズ0.05%以下の取引市場) の場合は、必ず正の値を取っている。実際の取引市場のマーケットメイカーは損失が膨らむと撤退を余儀なくされる。そのため、損を出し続けつつも注文を出し続けることは出来ない。本研究のシミュレーションでは、ティックサイズが1%以外の場合はこのようなことが起きておらず、現実の金融市場でも存在可能なマーケットメイカーであると考えられる。従って、少なくとも現実から乖離したモデルではないと言えるだろう。

4 まとめ

本研究では、人工市場モデルを用いたシミュレーションを行い、マーケットメイカーの有無と初期の出来高シェアが異なる2つの取引市場がある場合、どのようにシェアが移り変わるかを分析した。シェアが取れていないマイナーな取引市場Bにのみ指値注文を出すマーケットメイカーの提示するビット・オフアー・スプレッド θ はメインとなっている取引市場Aのビット・オフアー・スプレッドの平均値 $\bar{\theta}_A$ より大きな値でもシェアを奪うことが出来ることが分かった。またそのシェアを奪うメカニズムについて言及した。今後の課題として詳細な実証分析との比較、マーケットメイカーのリスク許容度の考慮等が考えられる。今回のモデルではリスク許容度を重要視せずにモデル化を行った。本研究ではマーケットメイカーが極端に偏ったポジションを持つことは確認されなかったが、現実にはマーケットメイカーごとにリスク許容度は決まっているおり、リスク許容度を超えた場合、損切りであっても行うようなモデルで検証してみる必要がある。

留意事項

本論文はスパークス・アセット・マネジメント株式会社及び株式会社大阪取引所の公式見解を示すものではありません。

参考文献

- [1] 井上武, “米国株式市場間競争のもう一つの側面,” 野村資本市場クォーターリー, 冬号, pp.123-135, 2007.
- [2] 井上武, “新たな段階に入った欧州の取引所間競争,” 野村資本市場クォーターリー, 冬号, pp.178-195, 2009.
- [3] 深見泰孝, “市場間競争の導入とその影響—オーストラリアを事例に,” 証券レビュー, vol.52, no.10, pp.135-152, 2012.
- [4] 大崎貞和, “期待されるPTS利用の拡大,” 金融ITフォーカス, 9月号, pp.8-9, 2012.
- [5] 水田孝信, “金融市場における最新情報技術:1.金融の役割と情報化の進展-市場の高速化と課題-,” 情報処理, vol.53, no.9, pp.892-897, 2012.

- [6] B. Hagstrmer and L. Nordn, “The diversity of high-frequency traders,” *Journal of Financial Markets*, vol.16, no.4, pp.741–770, 2013.
- [7] S. Thurner, J.D. Farmer, J. Geanakoplos, “Leverage causes fat tails and clustered volatility,” *Quantitative Finance*, vol.12, no.5, pp.695–707, 2012.
- [8] 水田 孝信, 早川 聡, 和泉 潔, 吉村 忍, “人工市場シミュレーションを用いた取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析,” *JPX ワーキングペーパー*, vol.2, 2013.
- [9] C. Wang, K. Izumi, T. Mizuta, and S. Yoshimura, “Investigating the Impact of Trading Frequencies of Market Makers: a Multi-agent Simulation Approach,” *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, vol.6, no.3, pp.216–220, 2013.
- [10] C. Chiarella, G. Iori, and J. Perelló, “The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol.33, no.3, pp.525–537, 2009.
- [11] R. Cont, “Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues,” *Quantitative Finance*, vol.1, pp.223–236, 2001.
- [12] S.H. Chen, C.L. Chang, Y.R. Du, “Agent-based economic models and econometrics,” *The Knowledge Engineering Review*, vol.27, no.2, pp.187–219, 2009.
- [13] D. Friedman, “The double auction market institution: A survey,” *The Double Auction Market: Institutions, Theories, and Evidence*, ed. J. Rust, pp.3–25, Westview Press, Boulder, 1993.
- [14] TokyoStockExchange, Guide to TSE Trading Methodology, http://www.tse.or.jp/about/books/b7gje6000004q31-att/trading_methodology.pdf, 2012.
- [15] Y. Murase, T. Uchitane, N. Ito, “A tool for parameter-space explorations,” *Proceedings of 27th Annual the Center for Simulational Physics Workshop*, <https://www.csp.uga.edu/Workshop/2014/>, 2014.