

追加的デフォルト確率の計算について¹

- ネットワークで結合された企業から伝播する信用リスク量 -

Additional default probability in consideration of firms' network

金子拓也² 久門正人³

Takuya KANEKO² and Masato HISAKADO³

² 国際基督教大学

³ フィンテック・ラボ

Abstract: In this paper, we propose a methodology to effectively capture credit risk from firms' network. In short, our target is to numerically obtain additional credit risk from connected firms on network. Recently, commercial networks are available for investing and managing risk on professional information terminals like Bloomberg and Reuters. They enable us to check commercial connection of firms. We utilize them to expect positive and negative effect on observing firms from neighbor firms especially when the neighbor firms have any credit events. We propose a methodology to analyze/measure impact which observing firms potentially receive from their neighbors. We applied Merton model which is generally utilized for credit risk management to calculate additional risk and simplified the formula for practicability/usability. Also, it enables us to escape from having any difficulties in computation time. We introduce our approach with over-viewing simple model guidance and explaining a few samples of numerical experiments.

はじめに

本稿では、隣り合う企業から伝播するデフォルトなどのイベントリスクを計量的に把握する方法について考える。企業がデフォルトに陥る際、大きく分けて2つの原因が考えられる。まず1つ目は、自らが原因となりデフォルトイベントを生じる「内部的要因」であり、2つ目は、関係の深い企業がデフォルトし、その煽りを受けてデフォルトに陥る「外部的要因」である。前者については、さまざまなデフォルト確率の計算方法が発表されているが、後者については少ないので、ここでは後者に焦点を当てて手法を整理しながら議論を進めていく。

企業のネットワークは、有価証券報告書などに記載される売掛金や受取手形、買掛金や支払手形などの情報を基に、ブルームバーグやロイターがネットワーク形式にまとめて、ユーザーに提供している。また、これらの決算情報に基づくネットワークはほぼ1年間固定されるが、株価情報を用い、適時ネットワークを更新する方法も提案されている。[1]

改めて本稿では、これらのネットワーク情報で、隣り合う企業と認識される複数の企業から伝播し得る信用リスク量、すなわち「追加的デフォルト確率」(Additional Default Probability)の計算方法について考える。

モデル

まず、追加的デフォルト確率を計算する対象となっている企業を「注目企業」と呼び、注目企業につながる信用リスクを計測する上で重要な企業を「周辺企業」と呼ぶことにする。注目企業がデフォルトする際の原因を、自らに起因する内部的要因と、周辺企業のイベントから伝播して、デフォルトする外部的要因とに整理する。内部的要因には、全企業に共通の市場や経済などの環境要因(Systematic factor)と注目企業の個別要因(Idiosyncratic factor)の両者を含むものとする。本稿では、実務でも一般に用いられているマートン・モデル[2]を基に手法の提案を試みる。

いま、注目企業(i)の資産変動を基準化した標準正

¹ 日本銀行の吉羽要直氏より多数有益なコメントをいただいた。

² 連絡先：国際基督教大学 教養学部
〒181-8585 東京都三鷹市大沢 3-10-2
E-mail: tkaneko@icu.ac.jp

規分布に従う確率変数を ξ_i と書き、デフォルト閾値を d_i とすると、マートン・モデルに基づくデフォルト確率 p_i はつぎのように計算される。

$$p_i = \mathbf{E}[\xi_i < d_i] = \mathbf{N}(d_i) \quad (1)$$

ただし関数 $\mathbf{N}(\cdot)$ は、標準正規分布の累積密度を表す。

これに対し、追加的デフォルト確率も考慮したデフォルト確率の計算では、周辺企業が(j)の1社のみであるとき、注目企業のデフォルト確率 \tilde{p}_i はつぎのように計算される。

$$\tilde{p}_i = \mathbf{E}[\xi_i < \tilde{d}_i], \text{ where } \tilde{d}_i = d_i 1_{\{\xi_j > d_j\}} + \overline{d}_{i,j} 1_{\{\xi_j < d_j\}} \quad (2)$$

ただし関数 $1\{\cdot\}$ は指示関数を表し、引数が真のとき1を、偽のときゼロを返す。新しい閾値 \tilde{d}_i の前半は、周辺企業がデフォルトしない場合を、後半は周辺企業がデフォルトする場合を表している。周辺企業がデフォルトすると、その影響を考慮した新しい閾値を使って判定することを示している。新しい閾値は、株価を使ったネットワーク構築モデル[1]に示される、条件付きデフォルト確率を用いる。

$$\mathbf{P}(\xi_i < d_i | \xi_j = d_j) = \mathbf{E} \left[\xi_i < \frac{d_i - \rho d_j}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}} \right] = \mathbf{N}(\overline{d}_{i,j}) \quad (3)$$

無条件のデフォルト確率は通常50%を下回ることから、閾値は一般に負の値をとる。したがって、正の相関を持つ周辺企業(j)がデフォルトする場合には、閾値を引き上げ、デフォルト確率を上昇させる。また、正の相関が強いほど、注目企業のデフォルト確率を引き上げる。

周辺企業が複数の場合の追加的デフォルト確率を考慮したデフォルト確率を計算するには、数式(2)の閾値を複数パターン考えることで計算できるが、ここでは特に周辺企業が2社の場合について整理しておく。区別のため注目企業を番号(1)、周辺企業を番号(2)、(3)と名前をつける。注目企業(1)の追加PDは、外部的要因の①周辺企業(2)から伝播する影響、②周辺企業(3)から伝播する影響、③周辺企業(2)と(3)から同時に伝播する影響を考えればよい。①と②は数式(3)に示されたものと同様($i=1, j=2 \text{ or } 3$)であるので、ここでは③について考える。

いま、2次標準正規分布の密度関数を $\varphi_2(\cdot)$ とし3次標準正規分布の密度関数を $\varphi_3(\cdot, \cdot)$ とする。周辺企業(2)と(3)がデフォルトし、それぞれのアセットがデフォルト閾値と同値となる条件の下で、注目企業がデフォルトする確率は、つぎのように計算できる。

$$\mathbf{P}(\xi_1 < d_1 | \xi_2 = d_2, \xi_3 = d_3) = \frac{\int_{-\infty}^{d_1} \varphi_3(\xi_1, d_2, d_3) d\xi_1}{\varphi_2(d_2, d_3)} = \mathbf{N}(\overline{d}_{1,2\&3}) \quad (4)$$

ただし、 $\overline{d}_{1,2\&3} = (A - B)/C \dots (5)$ により計算される。

$$A = d_1(1 - \rho_{23}^2) \quad (6)$$

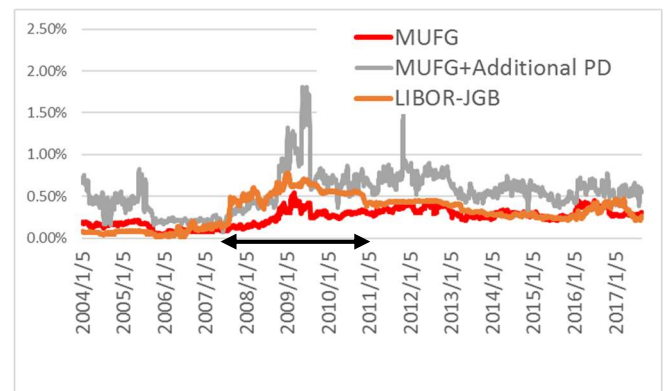
$$B = (\rho_{12} - \rho_{23}\rho_{13})d_2 + (\rho_{13} - \rho_{23}\rho_{12})d_3 \quad (7)$$

$$C = \sqrt{1 + 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23} - \rho_{12}^2 - \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2} \quad (8)$$

以上を数式(5)に代入して、③の閾値を得る。

数値実験

注目企業に対し、2社の周辺企業の伝播リスクを考慮したデフォルト確率を、日本のメガバンク3行(すなわちMUFU、SMBC、MIZUHO)のデータを用いて計算する。注目企業をMUFUとし、追加的デフォルト確率は、周辺企業としたSMBCとMIZUHOから伝播するリスク量を計測する。下図の赤線は2004年1月から2017年9月までのMUFUの1年PDの推移を、黄線は12M円LIBORから1年JGBの利回りを差し引いた信用スプレッドを、グレー線は本稿の追加的デフォルト確率を加えたデフォルト確率の推移を表す。図からも明らかのように、矢印で示す2007年中盤から2010年後半(金融危機時)に赤と黄が大きく乖離する以外は、両者はほぼ同水準で推移していることがわかる。一方で金融危機時には、黄とグレーの重なり度合いが強いことが見て取れる。つまり市場は、金融危機時において、周辺企業からの連鎖倒産を意識した信用リスク量を要求することを示唆している。さらにこの考え方は、景気ストレス下におけるVaR(Value at Risk)の計測やCVA(Credit Value Adjustment)におけるWrong way riskの計算にも活用できる。発表では、設定や計算方法について詳細に説明する。



参考文献

- [1] 特許第5953416号(出願番号:特願2015-215281)発明の名称:財務リスク管理装置,財務リスク管理プログラム及び記憶媒体 久門正人 金子拓也
- [2] Merton, Robert. C., "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates," The Journal of Finance, Vol. 29 No. 2 (1974), 449-470.