

# 敵対的学習を応用したエージェントベース・モデルのベイズ推定

## Estimation of Agent Based Models by Approximate Bayesian Computation with Adversarial Training

塩野 剛志<sup>1\*</sup>

Takashi Shiono<sup>1</sup>

<sup>1</sup>クレディ・スイス証券株式会社 経済調査部

<sup>1</sup> Economic Research, Credit Suisse Securities (Japan) Limited

**Abstract:** 本研究では、Agent Based Model (ABM) の未知パラメータを、ニューラルネットワークの Adversarial Training を応用したベイズ的アプローチによって推定する方法を提案する。ABM のベイズ推定では、(1) パラメータの探索値毎のシミュレーション、(2) シミュレーション生成データと実データを突き合わせた尤度の計算、(3) 事後分布のサンプリング、という計算負荷の大きいプロセスをくり返す。そのため、特に、推定するパラメータ数が複数になる場合、(2) と (3) における効率化が必須となってくる。(2) の尤度計算について、パラメトリックな分布を仮定して省力化する手法もあるが、特定化の誤りによる大きな精度損失が懸念されることから、より柔軟な近似手法への需要がある。本研究では、こうした問題意識から、Adversarial Training によって、ABM の推定において尤度を近似するニューラルネット (判別器) を、現実データから適合的に獲得するアプローチを検討した。

## 1.はじめに

### 1.1. DSGE の問題点と ABM への期待

Agent Based Model (ABM) の応用は金融市場のミクロ的構造をシミュレートする人工市場の分野において頻繁に活用されてきたが (例えば、[和泉 03])、近年ではマクロ経済分析の分野でも、その導入が進みつつある。

その背景には、現代のマクロ経済学の主流モデルである Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE、確率的動学一般均衡) モデルへの批判がある。ABM を用いることで、標準的な DSGE が過度に単純化した現実経済の特徴について、柔軟に取り込むことが期待できるというのだ。

DSGE に対しては、様々な観点からの批判が存在する (例えば、[Blanchard 16a]、[Blanchard 16b]、[Gali 16]、[Keen 16]、[Kocherlakota 16]、[Muellbauer 16])。頻繁に指摘される点として、1) 永遠に生存する代表的家計の仮定<sup>2</sup>、2) 単一の定常

状態の周りでの線形近似 (複数定常点やストレンジ・アトラクタの無視)、3) 金融システムの不十分な取り扱い、などへの批判がある。

もともと、最近ではそれぞれの批判を考慮した個別の DSGE が開発されている<sup>3</sup> (例えば、[Arouba 13]、[Arouba 17]、[Carroll 17]、[Coimbra 17]、[Gelfer 16]、[Kaplan 16])。どのようなモデルも現実を単純化することで、より重要と考えられるメカニズムの理解に焦点化するものだが、リーマン・ショック以前に隆盛したニュー・ケインジアン型 DSGE (例えば、[Christiano 05]) では、上述のような、ミクロ家計の異質性 (例えば、所得・資産格差) やその相互作用、経済変数間の非線形関係、金融部門と実体経済の関わり、について過度な単純化を行ってしまった。その結果、2008 年の金融危機に際して、ケインズ的な財政出動と金融緩和以外に、特段、有意義な政策対応を示すことができなかった、という

---

に当てはめてしまったため、ミクロの家計間の相互作用やネットワークの影響を無視しているという批判。なお、多数の家計が平均で代表できるのは、個別家計の idiosyncratic risk がアローの状態依存証券 (保険) 市場における取引で完全にヘッジされていることに等しい。

3様々な批判を同時に回避するような一般的なモデルが定型化されているわけではない。

---

<sup>1\*</sup> 連絡先: クレディ・スイス証券株式会社 経済調査部, 〒106-6024 東京都港区六本木 1-6-1 泉 ガーデンタワー 26 階, Takashi.shiono@credit-suisse.com

<sup>2</sup> 個別家計のミクロ経済学的な行動理論をマクロの家計部門全体

問題意識である。こうした批判は、DSGE が焦点化すべきテーマの選択に失敗したということであり、必ずしも DSGE の代わりに ABM を用いることを動機付けるようなものではない。

これに対して、より本質的な論点は、「均衡」を事前に要請する枠組みへの批判である ([Blanchard 16a]、[Keen 16])。これが DSGE と ABM の根本的な違いでもある ([Grazzini 15])。すなわち、DSGE においては、経済の状態を記述するすべての時点  $t$  において、全ての市場の需要と供給が均衡に達していると考えられる。モデルにおける外生変数（構造ショックと呼ばれる）が確率的に時間変化しており、その実現値を前提に、経済主体は、合理的期待形成の下、每期毎期、それぞれの最適化問題の解に従い、相互無矛盾の均衡点に到達し直している<sup>4</sup>。DSGE では、そうした均衡のスナップショットの連続が、マクロ経済変動の正体である、というのである。

重要なことに、ここでは、市場均衡価格の発見に要する「緩和時間」が、モデルが経済を記述するタイムフレーム（通常、四半期）とは別に存在し、その時間が十分に短いことが、暗黙に想定されている。Dynamic と Equilibrium という一見して二律背反な概念が結び付けられているのは、こうした考え方によるものである。

しかし、現実の経済活動においては、価格調整によって超過需要／供給が解消するには、短くはない時間を要する、と考えるのが自然である。多くの取引において「意図せざる在庫」が確認されているのはその証左の一つであろう<sup>5</sup>。全ての市場が常に需給均衡した状態で存在していると考えられるのは無理がある。主流派マクロ経済学者の DSGE への評価は、

<sup>4</sup> 各経済主体の合理的期待形成の下での最適化行動が、価格調整による全市場の需給均衡（一般均衡と呼ばれる）を導くのは、各市場において中央集権的な「ワルラスの競り人」が存在し、市場参加者の需要・供給の情報を集約して、市場価格を上げたり下げたりするプロセスを経るからである。もしくは、マーケット・メーカーが存在し、裁定取引によってその役割を代替することが想定される。

<sup>5</sup> シンプルな DSGE では実証的に観察されるインフレ率の自己回帰性の高さ（粘性）が十分に再現できない等の問題が報告されている。こうした問題に対して DSGE は通常、合理的期待形成と每期均衡という考え方は維持したまま、取引コストや情報取得の制約を導入するなどして、ヒューリスティックな修正を施している。しかし、こうした齟齬は事前に均衡を要請するという設定に起因しているかもしれない。また、在庫の保有に関して言えば、与えられた情報とコスト条件の下、最適化された判断として合理的・意図的に在庫を持つと考え、意図せざる在庫はないことになる。

多かれ少なかれ、こうした問題意識を共有している。例えば、[Blanchard 16b]は、DSGE をマクロ経済分析における唯一の正当なモデルと看做す気運を止め、個別市場の分析（部分均衡）から得られる知見をより評価することを主張している。また、毎期の全市場の均衡成立（一般均衡）と、それを支えるミクロ的基礎付けに拘る余り、創発的なマクロ現象の説明に無理やりミクロ現象の論理を持ち込むこと ([Korinek 15]) や、経済主体の多様な期待形成や意思決定の可能性を排除すること [Kocherlakota 2016]) は見直すべき、等との指摘がみられる。

## 1.2. マクロ経済モデルとしての ABM

こうした、より根本的な DSGE への問題意識に対して、ABM はひとつの代替モデルとしての有用性を持つと言えよう。というのも、ABM ではエージェントの異質性を考慮した上で、それぞれの行動パターンを極めて柔軟に設定できる。そのため、毎期の市場均衡や合理的期待形成を事前に要請する必要はない。

実際、マクロ経済を ABM で表現した [Caiani 16] や [Assenza 15] では、超過需要や超過供給に直面したエージェントの調整行動を、モデルの時間ステップに沿った適応的ヒューリスティックを充てることで陽表的に考慮している。

また、これらの研究は、従来のマクロ経済研究において観測されてきた、フィリップス・カーブやオーケン法則のような定型化されたマクロ現象 (Stylized Facts) を、適応的エージェントによる ABM の枠組みから創発的に再現している。さらに、経済主体毎のバランスシートを明示的にモデル化することで、金融部門と実体経済の関わりをより綿密に表現しており、従来の DSGE が見落としてきた、金融機関に対するプルーデンス政策の金融危機や実体経済への影響を議論する際などにも有益である。

この他、ABM では、経済主体に合理的期待形成を要請する必要がないため、行動経済学が示唆するようなエージェントの多様な期待形成や戦略的（ゲーム理論的）ネットワークキングなどをモデル化する可能性も開けてくる。

このように、ABM は、その柔軟性の高さから、DSGE を補完する立場として、有用性が理解されつつあり、今後も様々な経済現象のモデル化に応用されていく可能性がある。

しかし、しばしば、ABM は実証的検証を経ていない点が弱点だと指摘されている（例えば、[Gallegati 09]）。ABM のパラメータは、再現したい特定の経済現象とモデルのシミュレーション結果がフィットするようにカリブレートするのが基本とな

っており、データによる統計的なパラメータ推定が行われることはまだ少ない<sup>6</sup>。これに回答し、最近では ABM のパラメータを統計的に推定する研究が登場し始めた。

以下では、こうした ABM の統計的推定における先行研究を概説したあと、その改良に繋がり得るひとつの手法を提案する。さらに、最小規模の市場価格形成モデルを例として、シミュレーション・データによる実験的な推定結果を報告する。その上で、最後に、提案手法や実験方法の課題を議論する。

## 2. 先行研究：ABM の統計的推定

[Ghoshadze 16]は、エージェントのマイクロ状態分布の動的発展（誘導形）がフォッカー・プランク方程式として解析的に記述できる類の小規模 ABM について、Generalized Method of Moment (GMM) を用いて推定した。こうしたアプローチは、GMM という確立した回帰分析の体系をそのまま適応するため信頼性は高いものの、当然ながら、解析的な誘導形が導出できる ABM にしか使用できない。そうしたモデルは小規模にならざるを得ず、また、ABM の利点である柔軟で多様なエージェント行動も設定しづらくなる。

これに対して、[Grazzini 15]は、ABM のマクロ集計値がエルゴード性を持つ（マイクロ主体の初期条件に依存しない）ことを要件とした上で、Simulated Minimum Distance (SMD) の方法を用いてパラメータ推定する方法を提案した。これは、ABM のシミュレーションで生成されたマクロ集計データと、現実のデータとの距離を最小化するようにパラメータを決める方法である。距離を測るには、特定のモーメント値や、それぞれのデータを使って推定したメタ・モデル（例えば VAR）のパラメータ値が用いられる。こうした方法は、ABM の生成するシミュレーション・データのエルゴード性、並びに、現実のデータの定常性が担保できる限り、比較的広いクラスの ABM に適用できる可能性がある。

さらに、[Grazzini 17]は、SMD において、特定のモーメントやメタ・モデルを分析者が事前に選択する必要がある点を問題視し、代替的手法を提案した。具体的には、パラメータの事前分布をモデルのデータへの尤度を用いて更新し、事後分布を得るベイズ

推定の使用を提案した。この時、尤度はパラメータ値毎のシミュレーション・データの密度分布を用いて評価される（Non-parametric Bayesian）。この方法であれば、推定に使用するモーメントを事前に選ばずに、現実のデータ全体の情報を用いることができる。しかし、モデルのパラメータ数が増えるにつれ、ノンパラメトリックな尤度計算が困難となる。同論文では、計算コスト節約のために、シミュレーション・データの密度分布を正規分布などでパラメタライズする方法（Parametric Bayesian）、並びに、尤度関数を 1-0 の Indicator 関数で近似する方法（Approximate Bayesian Computation）も提案されている。しかし、どちらも SMD と同様に、事前の裁量的設計が必要となってくる。

本研究では、この[Grazzini 17]による Approximate Bayesian Computation (ABC) を土台としつつ、比較的柔軟に尤度関数を近似することを目指した新しい推定手法を模索する。詳細は次章で述べるが、尤度関数の近似に使用する Indicator 関数を一種の判別器と看做した上で、Adversarial Training の手法<sup>7</sup>をヒントに、データから適応的に定めていくアプローチを提案する。

## 3. 提案手法

### 3.1. ABM の状態空間表現

以下では、[Grazzini 17]に倣って、ABM をベイズ推定する際の枠組みを示す。

まず、ABM をマイクロ・エージェントの状態変数の組  $x_{i,t}$  が以下のように遷移するマルコフ・チェーンと看做す。

(式 1)

$$x_{i,t+1} = f_i(X_t, \Xi_t, \theta), \text{ with } X_t \equiv \{x_{i,t}\}, \\ \text{for } i = 1 \dots N, t = 1 \dots T.$$

ここで、 $f_i$  はマイクロ状態の実数値  $\mathbb{R}^k$  を取る関数、 $\Xi_t$  は確率的要素をまとめたベクトル、 $\theta \in \Theta$  は ABM のパラメータベクトルである。なお、 $\Theta$  は  $\theta$  の取りうる値を意味するパラメータ空間であり、実数空間  $\mathbb{R}^Q$  のコンパクトな部分集合と想定する。また、使用する ABM モデルはエルゴード性を満たすものと想定し、したがって、確率的要素  $\Xi_t$  の影響は時間とともに減衰する。

この表現において、DSGE との違いは関数  $f$  に集約されている。その構造は複雑で非線形性や if-then 分岐などの不連続を含むものと想定される。合理的

<sup>6</sup>こうした状況は成立当初の DSGE と酷似している。DSGE の文脈では、その後、ベイズ統計を駆使した推定の方法論が整備され、実証上のパフォーマンスも向上していった。現在では、データ・フィッティングのなされた DSGE は、NYFED に代表されるように、中央銀行などで定期的な予測に用いられるに至った ([Gelfer 16])。

<sup>7</sup>例えば、機械学習による画像生成の分野で注目されている GAN (Generative Adversarial Net) が挙げられる。



期待などは要請されず、したがって、エージェントが相互に最適化行動の解に従うという意味での毎期の「均衡」は担保されていない。

なお、ABM のエージェントのマイクロ状態  $X_t$  を集計することで  $K$  個のマクロ変数  $y_t \equiv \{y_{k,t}\}, k = 1 \dots K$  が定義されるとする。なお、このマクロ変数は観測可能なデータと対応することが想定される。

(式 2)

$$y_t = m(X_t).$$

式 1 と式 2 から以下のように、 $t+1$  期のマクロ変数に対する関係を導くことができる。

(式 3)

$$y_{t+1} = g(X_t, \Xi_t, \theta).$$

エルゴード性を持つマルコフ連鎖としての ABM が十分な期間  $t > T^*$  を経た長期では、一種の定常状態に到達しており、システムの状態は状態変数の初期条件  $X_0$ 、並びに、確率要素のランダム・シード  $s$  の影響から独立となる。この時、マクロ変数の定常状態が以下のように定義される。

(式 4)

$$y^* = E[y_t | t > T^*] = g^*(\theta).$$

また、現実に観察されるデータと ABM との関係は以下のように定式化される。

(式 5)

$$y_{t+1}^R = g^*(\theta^R, u_t).$$

ここで、 $u_t$  は、誤差ベクトルであり、実データと ABM シミュレーションによるマクロ変数値との差を生む要素（観測誤差 measurement error、モデル定式化誤差 specification error など）をすべてまとめたものとする。

### 3.2. ABM のベイズ推定

以上の表現体系の下で、パラメーターの事前分布  $p(\theta)$  をモデルのデータへの尤度を用いて更新し、事後分布  $p(\theta | Y^R)$  を得るベイズ推定の方法は以下のように示される。

(式 6)

$$p(\theta | Y^R) \propto \mathcal{L}(\theta; Y^R) p(\theta).$$

ここで、パラメーターの実データに対する尤度は  $\mathcal{L}(\theta; Y^R) \equiv p(Y^R | \theta)$  with  $Y^R \equiv \{y_t^R\}, t = 1 \dots T$  となる。特に、ABM の定常状態においては、現実のデータセットの値を観測する確率が、順序不問となり、以下のようにあらわされる。

(式 7)

$$\mathcal{L}(\theta; Y^R) \propto \prod_{t=1}^T f(y_t^R | \theta).$$

実際のベイズ推定では、パラメーター値ごとに実データに対する尤度を計算する。その上で、尤度に応じてパラメーターの事後分布を更新して収束させる、というステップが必要となる。

[Grazzini 17] は、ABM の各パラメーターごとに尤度を計算する方法について、以下の 3 つの方法を提案している。

- 1) ノンパラメトリックな方法
- 2) パラメトリックな方法
- 3) Approximate Bayesian Computation (ABC)

1) のノンパラメトリックな方法は、各パラメーター値  $\theta$  の下での ABM シミュレーションから、マクロ変数  $y_t(\theta)$  の経験密度分布を得てカーネル密度推定 (KDE) 等のスムージングを行い、その密度分布における実データ値  $y_t^R$  の出現確率によって尤度を評価する、というものである。

2) のパラメトリックな方法では、マクロ変数  $y_t(\theta)$  の定常状態  $y^*(\theta)$  周りのゆらぎ  $e_t$  が既知の分布関数（正規分布など）に従うと仮定し、実データとシミュレーション・データの誤差をその分布関数で評価して尤度を求める。

最後に、3) の ABC は、集団遺伝学に端を発した Likelihood-Free と呼ばれる折衷的方法であり、本研究の提案手法はこれを土台としている。パラメトリックな方法よりも柔軟な尤度関数の近似が可能であり、かつ、ノンパラメトリックな方法よりも計算コスト節約をできるという利点がある。具体的には、尤度関数を 1-0 の Indicator 関数で置き換える。Indicator 関数は、ABM が出力するシミュレーション・データと実データの距離が十分に近いと判断されれば 1、そうでなければ 0 を返すもので、以下の 3 段階で構成される。

- (i) 集約統計量  $\mu(\cdot)$  (summary statistics) の決定
- (ii) 距離尺度  $d(\mu, \mu^R)$  (distance measure) の定義
- (iii) 許容閾値  $h$  (tolerance threshold) の設定

その上で、ABC のアルゴリズムは次の 3 ステップの繰り返しとなる。

1. 事前分布から 1 組のパラメーターベクトル  $\theta^i$  を抽出
2. パラメーター  $\theta^i$  の下で、ABM シミュレーションを実施し、生成データ  $Y(\theta^i) \equiv \{y_t(\theta^i)\}, t = 1 \dots T$  を得る
3. 集約統計量を生成データ  $\mu(Y(\theta^i))$  と実データ

$\mu(Y^R)$ それぞれについて計算。距離が許容閾値の範囲内 $d(\mu, \mu^R) \leq h$ であれば $\theta^i$ を採用、さもなければ棄却する

ステップ3では、尤度の代わりとなる Indicator 関数によってパラメータの事後分布を更新しているが、その際の方法論（所謂、事後分布からのサンプリング）としては、Rejection sampling, Importance sampling, Particle Filter, MCMC などが提案されている。

実務的には、集約統計量の選定が最も困難であり、本質的に、SMD と同様の任意性が問題となる。例えば、平均にしか影響しないパラメータと分散にしか影響しないパラメータが同時に含まれるような場合、どちらのモーメントを集約等計量に選定したかで、パラメータの推定結果が大きく異なるだろう。

### 3.3. 判別器の敵対的学習による尤度近似

これに対して、提案手法の発想は、この ABC における Indicator 関数に相当する機構を、ニューラルネットを用いた判別器の Adversarial Training（敵対的学習）によって、データ適合的に構成しようということである。それによって、分析者が事前に (i) ~ (iii) の指定をすることなく、ABC 推定することが期待できる。

なお、Adversarial Training は、GAN ([Goodfellow 14]) や DC-GAN ([Radford 16]) など画像生成分野での成功により、近年注目を集めているが、時系列データに対する適用も進みつつある。

例えば、LSTM を Adversarial Training した研究として[Lamb 16]がある。その手法では、時系列データを生成する Generator と、その生成データと実データを比較して判別する Discriminator という2つのニューラルネットを用意する。そして、Generator は、Discriminator が実データと見間違えるような精度の高い理論値を生成するように学習され、Discriminator は実データと生成データをより正確に見分けるように学習される。こうした Adversarial Training のプロセスは、しばしば、きわめて精巧な偽物をつくる贋作家と、それを見破ることが使命の鑑定士との競争にも例えられる。

提案手法の具体的なプロセスは以下の通りである。すなわち、事前分布から抽出したパラメータ $\theta^i$ のうち、その下での ABM の生成データ $Y(\theta^i)$ が、判別器 (Discriminator) によって実データ $Y^R$ と見分けにくいと評価されたものほど重点的にリサンプルする（重いウェイトを置く）ことで、事後分布を更新する。

これに対して、判別器は、入力されたデータが、

実データのものか (1)、生成データのもの (0) かを、より正確に分類するように訓練されていく。

つまり、ABM のベイズ推定の側から見れば、ニューラルネットによる判別器を尤度関数の代わりとしており、また同時に、Adversarial Training の側から見れば、ABM を Generator の代わりとしている。

形式的には、以下のような目的関数を最大化するように判別器 $D(\cdot|\xi)$ のパラメータ $\xi$ が調整される。

(式 8)

$$C(\xi|\theta) = \mathbb{E}_{Y^R} [-\log D(Y^R|\xi)] + \mathbb{E}_{Y \sim g(\theta)} [-\log(1 - D(Y(\theta)|\xi))].$$

こうして学習された判別器 $D(\cdot|\xi, Y^R)$ を Indicator 関数として用いた ABC によって、AMB パラメータ $\theta$ の事後分布を更新する。

(式 9)

$$p(\theta|Y^R) \propto \mathcal{L}(\theta; Y^R)p(\theta) \\ \text{with } \mathcal{L}(\theta; Y^R) = \mathbb{E}_{Y \sim g(\theta)} [-\log D(Y(\theta)|\xi, Y^R)]$$

なお、具体的な判別器のニューラルネット構造には、様々なオプションがあり得る。本研究では、極力単純に、入力されるマクロ変数データの全体 (K 次元 T サンプル) を CNN で縮約した後、線形分類する判別器を用いた。

より複雑なアイデアでは、[Lamb 16]のように、事前に最尤法で実データを学習した LSTM に、実データと生成データの両方を入力し、その隠れ層の時系列を集約されたファクターと看做して判別器に入力する、というような方法も考えられる。ABM が生成するマクロ変数の数が大きく、また、時系列の順序情報も活用したい場合には、こうした隠れ層（潜在ファクター）に対する判別を行う利点も大きいと思われる。

## 4. 検証実験

### 4.1. 最小限の市場価格形成モデル

実験では、[Grazzini 17]に倣って、小規模の市場価格形成モデルを使用した。これは、[Cliff 97]によって提案された ABM であり、単一の商品について板情報（市場価格）を参照しながら自身の利ザヤ $\mu_{i,t}$ を調整して指値注文する売り手と買い手で構成される。詳しくは元論文を参照されたいが、簡潔にはエージェント $i$ の指値 $p_{i,t}$ が以下のように更新される。

(式 9)

$$p_{i,t+1} = (1 + \mu_{i,t+1})v_i,$$

$$\mu_{i,t+1} = \frac{p_{i,t} + \Delta_{i,t}}{v_i} - 1,$$

$$\Delta_{i,t} = \beta(\tau_{i,t} - p_{i,t}).$$

ここで、 $v_i$ はエージェント固有で時間不変の取引サイズ。また、 $\tau_{i,t}$ は各エージェントの公開されない目標価格で、直近の市場価格よりも高い場合には引き下げられ、低い場合には引き上げられる。各エージェントに共通のパラメータ $\beta$ は、目標価格と直近の発注価格の乖離にどの程度敏感に反応するかを決める感応度である。この値が高いほど、エージェントは他のエージェントの価格に敏感であり（相互作用が高い）、市場価格は伸縮的となる。

#### 4.2. シミュレーション・データによる推定法検証

実験では、この感応度パラメータ $\beta$ の推定を試みる。重要なことに、このABMにおいて、マクロ変数である市場価格の時間平均はパラメータ $\beta$ と単調な関係を持たない<sup>8</sup>。他方、その標準偏差には単調増加な関係がみられる（図1、図2）。よって、SMDやABCで推定を行う場合には、市場価格の標準偏差を集約統計量とすべきある。逆に言えば、集約統計量として市場価格の平均値を用いると、パラメータ空間に対して目的関数（尤度）がフラットとなって正確な推定は困難となる。

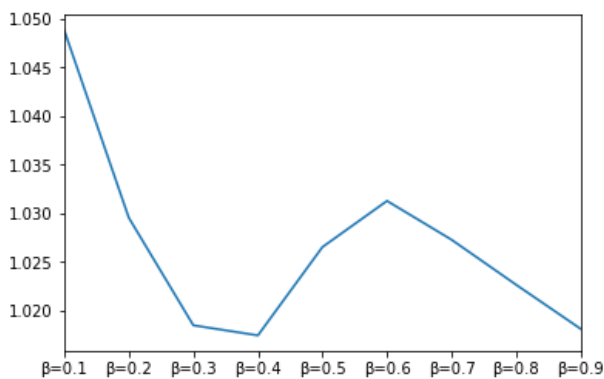


図1：市場価格の平均と $\beta$ の関係

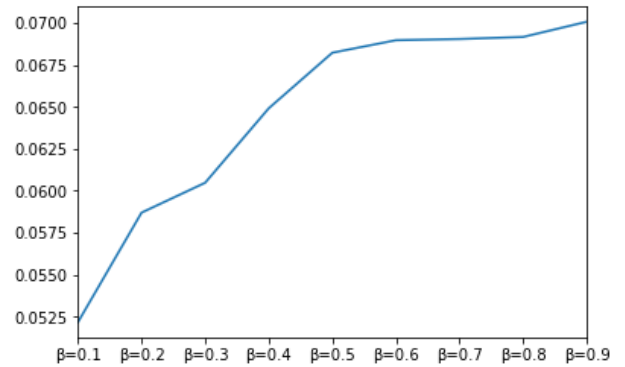


図2：市場価格の標準偏差と $\beta$ の関係

今回の小規模ABMでは推定すべきパラメータがひとつであり、マクロ変数のモーメントとの対応を事前に確認することができるので、集約統計量の選定に困難はない。しかし、前述の通り、推定したいパラメータが複数ある場合、どのような集約統計量を用いるのが最も識別に有利なのか、事前に明らかではない。

それに対して、本研究の提案手法は、そうした集約統計量を指定しないデータ適合的なアプローチである。したがって、提案手法を用いた以下の検証実験において、ある程度正確な推定が確認できれば、中規模のマクロ経済ABMのような、未知パラメータが複数あるモデルに対しても応用可能性が開けるだろう。

検証実験では、事前に指定した $\beta$ の値に基づきABMをシミュレートして得た市場価格を、疑似的な実データ( $Y^R$ )とする<sup>9</sup>。その上で、提案手法により推定した $\hat{\beta}$ が、疑似データ生成に使用した値 $\beta$ に十分近いことを確認する。

### 5. 結果の解釈と課題

実際に、 $\beta = \{0.1, 0.9\}$ の2つの指定値について、提案手法によって推定した結果が図3、図4である。なお、事後分布からのサンプリングにはParticle Filterを用いており、事前分布は一様分布 $U(0.0, 1.0)$ である。

<sup>8</sup>区間 $\beta \in (0.0, 1.0)$ について0.1刻み。パラメータ値1つについてABMシミュレーションを1000回実行し、その平均値を図示。

<sup>9</sup>エージェントの数は売り手・買い手ともに20、取引サイズは $v_i \sim \mathcal{N}(1, 0.1)$ で指定。シミュレーションの繰り返し期間は800期であり、その内、はじめの300期分は初期値の影響が残ると看做し破棄。

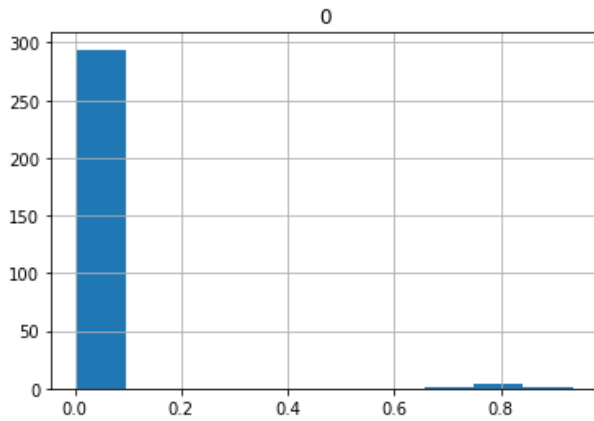


図 3 : 推定パラメータ $\hat{\beta}$ の事後分布  
( $\beta = 0.1$ の場合)

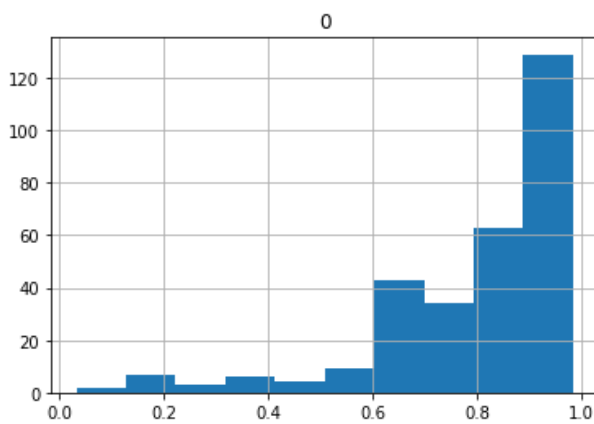


図 4 : 推定パラメータ $\hat{\beta}$ の事後分布  
( $\beta = 0.9$ の場合)

上図から分かるように、推定値 $\hat{\beta}$ の事後分布は、それぞれ 0.1 と 0.9 の近傍にピークをもっている。すなわち、SMD や ABC のように集約統計量を指定することなく、ニューラルネットの判別器が尤度の近似を成し、最低限必要な推定は行われたと言える。

しかし、事後分布の形状には縮退が生じており、不安定な結果であると言わざるを得ない。今回は、パラメータ数が一つであることと、計算リソースの都合上、Particle の数を 300 と小さく抑えていたため、縮退が強くなった可能性が高い。今後、推定パラメータ数が十数個に及ぶ中規模マクロ経済 ABM などの推定を行う場合には、10,000 程度のかかなり大きなパーティクル数が望ましいだろう。

また、判別器の Adversarial Training における反復 (Epoch) 数は、計算環境の都合上 100 回に抑えているが、望ましくは、Epoch 数の大小による事後分布の差を確認する必要があるだろう。

判別器の学習と、ベイズ推定による ABM パラメータの事後分布更新を同時進行するため、当然ながら、収束には相応の繰り返しが必要と考えられる。

仮説的な推論に過ぎないが、十分な収束を目指した場合、ノンパラメトリックなベイズ推定と比較した計算コストの削減効果は、パラメータが多い ABM でしか有益なものにならない可能性があるだろう。

総じて、本研究では、ABM のパラメータ推定における、Adversarial Training を応用したベイズ推定のアプローチに、一定の可能性が示唆されたと言える。

しかし、今回の実験では、計算リソースの限界から十分な検証が出来たとは言い難く、結果の解釈には注意が必要だと考える。今後の課題として、計算環境の改善や、より時間をかけた追検証を継続していきたい。また、主要な問題意識である中規模マクロ経済 ABM の実際の経済データによる推定についても、同時に取り組んでいきたいと考えている。

## 参考文献

- [Arouba 13] Arouba, S.B., and Schorfheide, F.: Macroeconomic Dynamics Near the ZLB: A Tale of Two Equilibria, *FRB of Philadelphia Working Paper*, No. 13-29 (2013), <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2294960>
- [Arouba 17] Arouba, S.B., Bocola, L., and Schorfheide, F.: Assessing DSGE Model Nonlinearities, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Forthcoming (2017), <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2017.07.006>
- [Assenza 15] Assenza, T., Gatti, D.D., and Jakob, G.: Emergent dynamics of a macroeconomic agent based model with capital and credit, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.50, pp.5-28 (2017), <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2014.07.001>
- [Blanchard 16a] Blanchard, O.: Do DSGE Models Have a Future?, *Peterson Institute for International Economics POLICY BRIEF*, PB 16-11 (2016), <https://piie.com/system/files/documents/pb16-11.pdf>
- [Blanchard 16b] Blanchard, O.: Further Thoughts on DSGE Models, *Peterson Institute for International Economics REALTIME ECONOMIC ISSUES WATCH*, (2016), <https://piie.com/blogs/realtime-economic-issues-watch/further-thoughts-dsge-models>
- [Caiani 16] Caiani, A., Godin, A., Caverzasi, E., Gallegati, M., Kinsella, S., and Stiglitz, J.E.: Agent based-stock flow consistent macroeconomics: Towards a benchmark model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.69, pp.375-408 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2016.06.001>
- [Carroll 17] Carroll, C., Slacalek, J., Tokuda, K., and Whilte, M.N.: The Distribution of Wealth and the Marginal Propensity to Consume, *Quantitative Economics*,



- Forthcoming (2017),  
<http://www.econ2.jhu.edu/people/ccarroll/papers/cstwMPC/>
- [Christiano 05] Christiano, L.J., Eichenbaum, M., and Evans, C.L.: Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy, *Journal of Political Economy*, Vol. 113, No.1 (2005),  
<http://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/426038>
- [Cliff 97] Cliff, D., and Bruton, J.: Minimal-intelligence Agents for Bargaining Behaviors in Market Based Environments, *HP Laboratories Bristol*, HPL-97-91 (1997)
- [Coimbra 17] Coimbra, N., Rey, H.: Financial Cycles with Heterogeneous Intermediaries, *NBER Working Paper*, No. 23245 (2017),  
<http://www.nber.org/papers/w23245>
- [Gali 16] Gali, J.: Some Scattered Thoughts on DSGE Models, *mimeo*, (2016),  
[http://www.crei.cat/wp-content/uploads/2016/07/dsge\\_ebook.pdf](http://www.crei.cat/wp-content/uploads/2016/07/dsge_ebook.pdf)
- [Gallegati 09] Gallegati, M., and Richiardi, M.: Agent Based Models in Economics and Complexity, *Complex Systems in Finance and Econometrics*, (2009),  
[https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007%2F978-1-4419-7701-4\\_3](https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007%2F978-1-4419-7701-4_3)
- [Gelfer 16] Gelfer, S.: Financial Crises and Labor Market Dynamics: Evidence from a Data-Rich DSGE Model, *mimeo*, (2016),  
[https://docs.wixstatic.com/ugd/a9dfbd\\_d7c79b0040e44effbdeb17cdd47580c8.pdf](https://docs.wixstatic.com/ugd/a9dfbd_d7c79b0040e44effbdeb17cdd47580c8.pdf)
- [Ghonghadze 16] Ghonghadze, J., and Lux, T.: Bringing an Elementary Agent-Based Model to the Data: Estimation via GMM and an Application to Forecasting of Asset Price Volatility, *Journal of Empirical Finance*, Vol.37, pp.1-19, (2016),  
<https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2016.02.002>
- [Goodfellow 14] Goodfellow, I.J., Pouget-Abadie, J., Mirza, M., Xu, B., Warde-Farley, D., Ozair, S., Courville, A., Bengio, Y.: Generative Adversarial Networks, *mimeo*, (2014),  
<https://arxiv.org/abs/1406.2661>
- [Grazzini 15] Grazzini, J., and Richiardi, M.: Estimation of Ergodic Agent-Based Models by Simulated Minimum Distance, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.51, pp. 148-165 (2015),  
<https://doi.org/10.1016/j.jedc.2014.10.006>
- [Grazzini 17] Grazzini, J., and Richiardi, M.: Bayesian Estimation of Agent-based Models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.77, pp. 26-47 (2017),  
<https://doi.org/10.1016/j.jedc.2017.01.014>
- [Kaplan 16] Kaplan, G., Moll, B., Violante, G.L.: Monetary Policy According to HANK, *NBER Working Paper*, No. 21897 (2016),  
<http://www.nber.org/papers/w21897>
- [Keen 16] Keen, S.: Olivier Blanchard, Equilibrium, Complexity, And the Future of Macroeconomics, *Forbes* Oct 4 (2016),  
<https://www.forbes.com/sites/stevekeen/2016/10/04/olivier-blanchard-equilibrium-complexity-and-the-future-of-macroeconomics/3/#1aeab5b43e5f>
- [Kocherlakota 16] Kocherlakota N.: Toy Models, *mimeo*, (2016),  
<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxrb2NoZXJsYWtvdGEwMDI8Z3g6MTAyZmlzODcxNGZiOGY4Yg>
- [Korinek 15] Korinek A.: Thoughts on DSGE Macroeconomics: Matching the Moment, But Missing the Point?, *mimeo*, (2015),  
<https://www.ineteconomics.org/uploads/downloads/Korinek-DSGE-Macro-Essay.pdf>
- [Lamb 16] Lamb, A., Goyal, A., Zhang, Y., Zhang, S., Courville, S., Bengio, Y.: Professor Forcing: A New Algorithm for Training Recurrent Networks, *NIPS 2016 Accepted Papers*, (2016),  
<https://arxiv.org/abs/1610.09038v1>
- [Muellbauer 16] Muellbauer, J.: Macroeconomics and consumption: Why central bank models failed and how to repair them, *VOX Columns*, (2016),  
<http://voxeu.org/article/why-central-bank-models-failed-and-how-repair-them>
- [Radford 16] Radford, A., Metz, L., and Chintala, S.: Unsupervised Representation Learning with Deep Convolutional Generative Adversarial Networks, *ICLR2016 Accepted Papers*, (2016),  
<https://arxiv.org/abs/1511.06434>
- [和泉 03] 和泉 潔: 人工市場—市場分析の複雑系アプローチ, 森北出版 (2003),  
<https://www.morikita.co.jp/books/book/2239>