

投機ゲームにおける価格変動パターン

On Patterns of Price Change in Speculation Game

片平啓^{1*} 鈔宇通² 陳昱¹
Kei Katahira¹ Yutong Chao² Yu Chen¹

¹ 東京大学大学院新領域創成科学研究科

¹ Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo

² 复旦大学物理系

² Department of Physics, Fudan University

Abstract: In this study, the statistics of price change patterns is investigated firstly in Speculation Game (an agent-based market model characterized with round-trip trades), then in several real financial instruments, and finally in two other representative market models. The occurrences of historical patterns from Speculation Game suggest that the speculative spirit of the market may be demonstrated as the significant deviation from the uniform frequency patterns. This implication can also be verified from the statistical results of those highly speculative assets, such as gold price and foreign exchange rates. Furthermore, it is found that the reproduction of such historical patterns requires a bottom-up modeling of the markets, as the price change patterns can hardly be achieved in stochastic process models.

1 はじめに

金融資産におけるリターンの時系列データには、定型化された事実 (stylized facts) と総称されるいくつかの定性的性質が存在する。たとえば、重要な性質としては、ボラティリティの大きい箇所がまとまって現れる「ボラティリティ・クラスタリング」がよく知られている。Cont の報告 [1] によれば、様々な市場や金融商品において、このボラティリティ・クラスタリングを含めた 11 もの定型化された事実が確認されている。

投機ゲーム [2] は、より多くの定型化された事実の再現、および、それら創発メカニズムのボトムアップ分析を可能にすることを目標に構築した適応型のエージェント・ベース・モデルである。本モデルの最大の特徴は、少数派ゲーム [3] の意思決定構造を応用することで、[4] において指摘された往復取引による売買差益・差損での戦略評価を実現している点である。さらに、価格変動の大きさを認知する仕組みを取り入れ、現実の世界と認知的世界の相互投影を通じて、プレイヤーの意思決定がなされる点も独創的である。このようなユニークな特徴を有する投機ゲームは、比較的シンプルなモデルでありながら、ボラティリティ・クラスタリングを含め (図 1 参照), 11 個中 10 個の定型化された事実

を同一のパラメータ設定下で再現することができる。

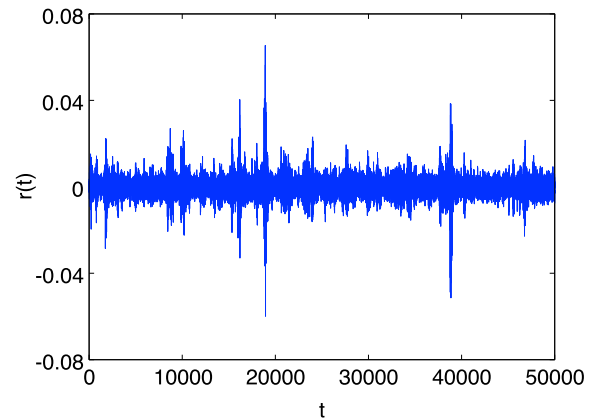


図 1: ボラティリティ・クラスタリングの再現 ($N = 1000$, $M = 5$, $S = 2$, $B = 9$, $C = 3$).

この投機ゲームには、「一般の投機家が、価格チャート等を利用して、過去の値動きから買いや売りのシグナルを見極め、売買差益を狙って注文を行う」様子について、抽象的ながらモデリングされている。このような売買シグナルを通じた投機偏重の注文群によって形成される価格ダイナミクスには、何らかの特徴的痕跡が残るのではないかと考えられる。そこで、本研究では、投機ゲームにおける価格変動のパターン、より具体

*連絡先: 東京大学大学院新領域創成科学研究科
〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5
E-mail: k.katahira@scslab.k.u-tokyo.ac.jp

的には、過去の価格変動を離散値で表した履歴パターンについて統計調査を行った。また、これに加え、実際の金融市場からのデータとして、金の価格と米ドル/スイスフランの為替レート、代表的な市場モデルからのデータとして、確率過程モデルの GARCH(Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity) モデル [5] やエージェント・ベース・モデルの GCMG(Grand Canonical Minority Game)[6] で生成した価格の時系列に対して、同様の統計調査を行い、比較・検証した。

2 投機ゲーム

投機ゲームは、公開型ゲーム市場において、 S 個の戦略をランダムに付与された N 人のプレイヤーが、往復取引を通じて資本を増やそうと互いに競い合う繰り返しゲームである。各時間ステップ t において、プレイヤー i は、最も有益な戦略 $j^*(\in S)$ を用いて、買い (= 1) と売り (= -1) と待機 (= 0) の中から、行動 $a_i^{j^*}(t)$ として 1 つ選ぶ。注文する場合、注文量 $q_i(t)$ は、保有する資本 $w_i(t)$ に応じて、式 1 の床関数により決定される。

$$q_i(t) = \lfloor \frac{w_i(t)}{B} \rfloor. \quad (1)$$

取引単位量 B は、複数量注文のしやすさを調整するパラメータである。ただし、往復取引開始時の注文量 $q_i(t_0)$ と終了時の注文量 $q_i(t)$ は、同量とする。また、富の初期値 $w_i(0)$ は、少なくとも 1 単位は注文できるように、一様分布 $U[0, 100)$ を用いて、

$$w_i(0) = \lfloor B + U[0, 100) \rfloor \quad (2)$$

とする。往復取引の結果、 $w_i(t) < B$ となった場合には、プレイヤーは市場から退出し、式 2 と同様に決められた資本と S 個の戦略をランダムに付与された代わりの新規プレイヤーが参入する。

市場価格の変動 Δp は、Cont and Bouchaud[7] の定義式に倣い、初期価格を $p(0) = 100$ として、

$$\Delta p = p(t) - p(t-1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i^{j^*}(t) q_i(t) \quad (3)$$

とする。履歴 $H(t)$ を構成する離散価格変動 $h(t)$ は、 Δp と認知閾 C の大小関係により、式 4 のように決まる。 C は、大きな価格変動とプレイヤーが認識する境界値を表す。

$$h(t) = \begin{cases} 2 \text{ (大きく上昇)} & \text{if } \Delta p > C, \\ 1 \text{ (上昇)} & \text{if } C \geq \Delta p > 0, \\ 0 \text{ (変化なし)} & \text{if } \Delta p = 0, \\ -1 \text{ (下落)} & \text{if } -C \leq \Delta p < 0, \\ -2 \text{ (大きく下落)} & \text{if } \Delta p < -C. \end{cases} \quad (4)$$

行動 $a_i^{j^*}(t)$ を決定するにあたり、記憶長 M のプレイヤーは、過去 M 時間ステップ分の履歴 (初期値はランダム) を参照する。そして、確認した履歴パターンに対し、戦略 j^* が推奨する行動をプレイヤーは選ぶ。ただし、往復取引開始時の行動 $a_i^{j^*}(t_0)$ と同じ行動を勧める場合には、待機を選択する。

最も有益な戦略 j^* を見極めるため、バックグラウンドにおいて、未使用戦略による仮定の往復取引も行われる。各戦略のパフォーマンスは、 $H(t)$ における Δp の情報の粗さに対応した認知価格 $P(t)$ を通じて計算される累積戦略利得 $G_i^j(t) (j \in S)$ によって評価する。認知価格は、 $P(0) = 0$ として、式 5 に従って更新される。

$$P(t) = P(t-1) + h(t). \quad (5)$$

ここで、戦略 j による往復取引の利得 $\Delta G_i^j(t)$ は、

$$\Delta G_i^j(t) = a_i^j(t_0)(P(t) - P(t_0)) \quad (6)$$

と計算できるので、累積戦略利得 $G_i^j(t)$ は、

$$G_i^j(t) = G_i^j(t_0) + \Delta G_i^j(t) \quad (7)$$

となる。最も有益な戦略を選出するため、使用戦略による累積戦略利得 $G_i^{j^*}(t)$ が更新される度、プレイヤーは、すべての $G_i^j(t)$ を比較する。その結果、バックグラウンドで取引中の未使用戦略が最も有益な戦略になった場合には、その仮想開始ポジションを直ちに解消し、次の時間ステップから使用する。

往復取引を終えると、プレイヤーの資本 $w_i(t)$ は、注文量 $q_i(t)$ を考慮した戦略利得を任意の関数 f で変換した資本調整 $\Delta w_i(t)$ によって、式 8 のように更新される。

$$\begin{aligned} w_i(t) &= w_i(t_0) + \Delta w_i(t) \\ &= w_i(t_0) + f(\Delta G_i^{j^*}(t) q_i(t_0)). \end{aligned} \quad (8)$$

投機ゲームでは、モデルの複雑化を避けるため、 $\Delta w_i(t) = \Delta G_i^{j^*}(t) q_i(t_0)$ としており、また、自己金融の仮定も置いていない。なお、以上の投機ゲームの枠組みをまとめると、図 2 のようになる。本モデルにおける認知的世界の存在は、複雑な情報を簡略化して扱う人間の思考傾向を反映している。

3 結果・考察

各パラメータを [2] での基準値 ($N = 1000$, $M = 5$, $S = 2$, $B = 9$, $C = 3$) に設定してシミュレーションを 50,000 時間ステップ行い、投機ゲームにおける各履歴パターンの出現回数の統計をとった。離散価格変動は 5 通りの値をとるので、 $M = 5$ のとき、総履歴パター

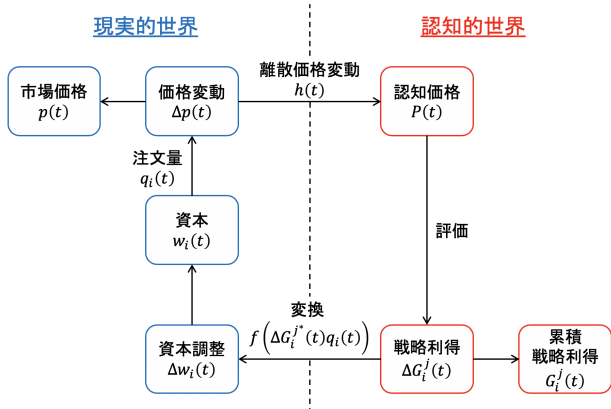


図 2: 現実的世界と認知的世界の相互投影.

ン数は $5^M = 3,125$ 通りある. 図 3 は, 各履歴パターンの出現回数を片対数グラフで示したものである. 特定の履歴パターンばかりが, 多く出現していることが分かる. 履歴の出現パターンが完全ランダムであれば, 分布は一様になるはずであるが, 図 3 の分布は一様になっていない.

さらに, 出現回数の特に多い (50 回以上出現の) 履歴パターンを抽出してみたところ, それらは合計 $2^M = 32$ 通りあり, すべて -1 と 1 のみで構成されていることが分かった. また, 抽出した履歴パターンのみで出現回数をプロットしてみたところ, 図 4 にあるように, 大きな 2 つの山がある特徴的な分布が得られた. 2 つのピークの履歴は, 順に $[-1, 1, -1, 1, -1](10)$, $[1, -1, 1, -1, 1](21)$ であり, 共に -1 と 1 が交互に並んだパターンである. 逆に, 最も出現回数の少ない履歴は, $[-1, -1, -1, -1, -1](0)$ と $[1, 1, 1, 1, 1](31)$ のいずれか一方の数字のみで構成されるパターンである.

このように, 履歴パターンによって出現回数が大きく異なり, 図 4 が判然とした特徴のある分布になるの

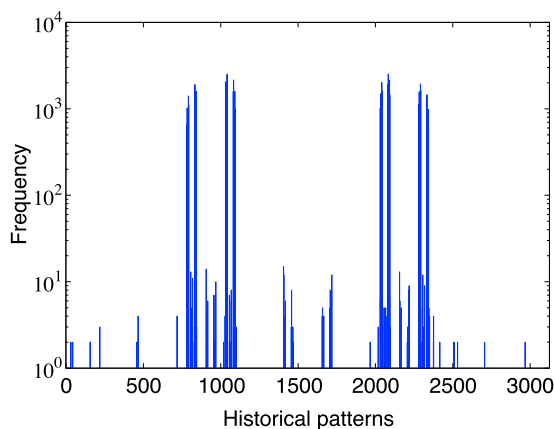


図 3: 全履歴パターンの出現回数の分布.

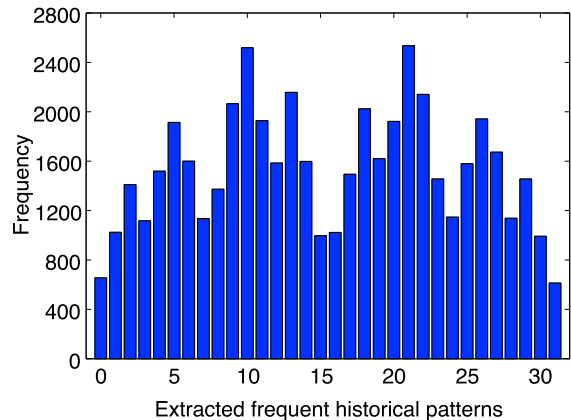


図 4: 抽出した高頻出の履歴パターンの分布.

は, 投機ゲームのプレーヤーが全員投機家であることに起因するのではないかと考えられる. つまり, 市場の投機色が著しく強いために, 各履歴パターンの出現具合にはっきりとした偏りが出ている可能性がある. ならば, 実際の市場においても, 投資色よりも投機色の強い金融商品であれば, その価格には, 同種のシグナルパターンの偏りが潜在するように思われる.

そこで, 一般に投機色が強いと思われるいくつかの金融商品の価格時系列から Δp を計算し, 同様の手法¹で各履歴パターンの出現回数を調べてみたところ, 一部の商品から履歴パターンの偏りが確認された. 図 5 と図 6 は, それぞれ金の日足インデックス (1978.12.29 - 2018.8.10) と米ドル/スイスフランの日足為替レート (1998.7.30 - 2017.10.2) から算出した履歴パターンから, 図 4 と同様に高頻出のパターンのみ抽出して作成した頻度分布である. 両図からは, 投機ゲームの場合ほど鮮明ではないものの, 履歴パターン間における確かな偏りが認められる. よって, 履歴パターンの偏りは, 投機色の強さの裏付けとなる可能性がある.

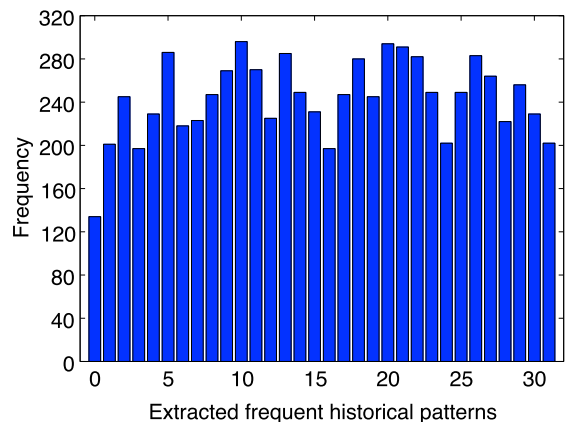


図 5: 金の履歴パターンの分布.

¹C には, Δp の 3σ を用いた.

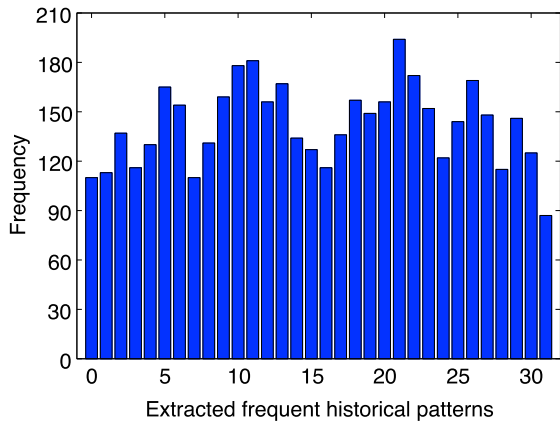


図 6: 米ドル/スイスフランの履歴パターンの分布.

さらに、ボラティリティ・クラスタリングを再現することができる代表的な確率過程モデルの GARCH モデルとエージェント・ベース・モデルの GCMG においても²、同種の履歴パターンの偏りが見られるかどうかを調べた。図 7 は、GARCH モデルから生成した定常化後³50,000 時間ステップ分のログリターンから価格変動⁴と履歴を求め、高頻出の履歴パターンのみでプロットした頻度分布である。図 7 では、各履歴パターンがほぼ同程度出現しており、大きな頻度の偏りは見られない。一方、GCMG で生成した価格時系列には、履歴パターン⁵に偏りが生じる。図 8 は、定常化後⁶の GCMG のログリターン 50,000 時間ステップ分から図 7 と同様に作成した高頻出の履歴パターンの頻度分布である。図 7 とは違い、履歴パターンによって出現回数が大きく異なっていることが分かる⁷、

このような差異は、両者のモデリングにおける視点の違いに因ると考えられる。GARCH モデルは、出力するリターンと同じマクロレベルで確率を使ってモデリングされている。しかし、GCMG は、ミクロレベルからモデリングされており、エージェントの行動の集積としてリターンが求められる。つまり、GCMG のリターンには、利益を狙う各エージェントの意思が市場のムードとして反映されており、これが、履歴パターンの偏りに繋がっているように思われる⁸。次の値が完全に確率のみで決まる GARCH モデルでは、市場の投機色を表現できていない可能性が高い。

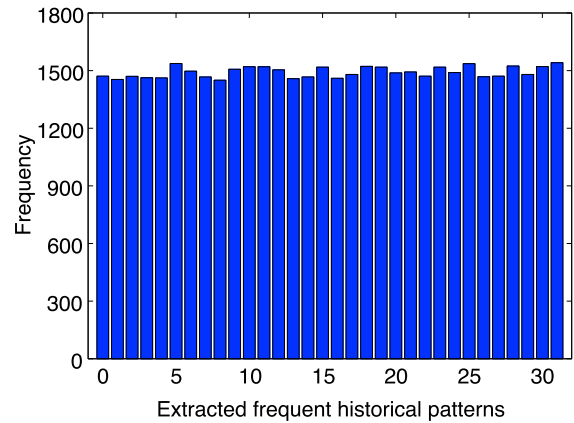


図 7: GARCH モデルの履歴パターンの分布 ($a_0 = 6.034 \times 10^{-8}$, $a_1 = 5.260 \times 10^{-2}$, $b = 0.9418$).

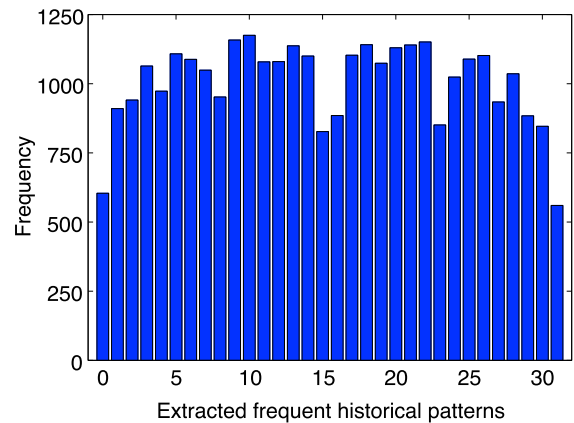


図 8: GCMG の履歴パターンの分布 ($P = 16$, $S = 2$, $N_s = 501$, $N_p = 1,001$, $\epsilon = 0.01$, $\lambda = N_s + N_p$).

4 むすび

本研究では、投機ゲームや実際の金融商品、代表的な市場モデルにおける価格変動を、履歴パターンの出現回数という観点から統計調査を行った。その結果、投機ゲームによる分析から、市場の投機色が履歴パターンの出現回数の偏りとして現れる可能性があることが示唆された。この可能性は、金や為替レートといった実際に投機色が強いと思われる金融商品の分析結果も支持している。また、履歴パターンの偏りは、確率過程モデルでの再現は難しく、エージェント・ベース・モデルといったミクロレベルからのモデリングが必要であると考えられる。

なお、本研究を通じて明らかになった履歴パターンの偏りは、新たな定型化された事実と成りうる可能性がある。したがって、より多種多様な金融商品に対し、様々なタイムスケールでこのような統計調査を引き続き行う必要がある。

²GARCH モデルと GCMG の詳細は、[5] と [6] を参照。

³5,000 時間ステップ後。

⁴初期価格は 100 とした。

⁵ここで言う履歴とは、入力の乱数の履歴ではない。

⁶20,000 時間ステップ後。

⁷初期値の乱数によりボラティリティ・クラスタリングが出現しない場合の時系列データを使用すると、履歴パターンの偏りはやや弱くなる。

⁸ただし、偏りは、投機ゲームの場合より弱い。これは、モデルの構造上、投機型エージェント以外も必須であることが要因であろう。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費 JP17J09156 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] R. Cont.: Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues, *QUANTITATIVE FINANCE*, Vol. 1, pp. 223–236 (2001)
- [2] K. Katahira., Y. Chen., G. Hashimoto., H. Okuda.: Development of an agent-based speculation game for higher reproducibility of financial stylized facts, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* (under review)
- [3] D. Challet., Y.-C. Zhang.: Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 246, No. 3, pp. 407–418 (1997)
- [4] 片平啓, 秋山英三: 参加周期の異なるプレイヤーが混在する少数派ゲーム, *情報処理学会論文誌*, Vol. 58, No. 1, pp. 269–277 (2017)
- [5] T. Bollerslev.: Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of econometrics*, Vol. 31, No. 3, pp. 307–327 (1986)
- [6] D. Challet, M. Marsili, Y.-C. Zhang.: Stylized facts of financial markets and market crashes in minority games, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 294, No. 3, pp. 514–524 (2001)
- [7] R. Cont., J.-P. Bouchaud.: Herd behavior and aggregate fluctuations in financial markets, *Macroeconomic dynamics*, Vol. 4, No. 2, pp. 170–196 (2000)