

金融データにおける VC 相関の応用

Application of VC Correlation in Financial Data

落合 友四郎^{1*} ホセ・ナチエル^{2†}
Tomoshiro Ochiai¹ Jose C. Nacher²

¹ 大妻女子大学社会情報学部

¹ Faculty of Social Information Studies, Otsuma Women's University

² 東邦大学理学部情報科学科

² Department of Information Science, Faculty of Science, Toho University

Abstract: 通常の相関係数は要素間の相関はわかるが、その因果関係を含めた方向性まではわからない。ところが VC 相関を用いると、その要素間の相関とともにその方向性まで推定することができる。これまで、この VC 相関を金融やその他分野に応用してきた。日米株式相関・為替レートの間の方向性、日中と夜間の収益率の相関、また金融以外への応用として遺伝子制御関係の推定にもこの VC 相関を応用した。最新の財務データへの応用も含めて、VC 相関のメトリックとして優れた点と展望を検証する。

1 はじめに

これまで様々な分野の研究において、時系列データの相関係数を計算することにより、その背後のネットワークを推定する努力が進められてきた。これら時系列データから、背後のネットワークを同定する研究は、いわゆる通常のピアソン相関係数 (Pearson product-moment correlation coefficient) を用いられることが多い。ところが、通常の相関係数では、相関の有無はわかっても、その方向性まではわからない。つまり時系列データ A, B に対して、相関係数 $\text{Cor}(A, B)$ と、 $\text{Cor}(B, A)$ では同じ値をとるために、A と B のどちらが制御側で、どちらが被制御側かわからないのである。そこで、我々は Volatility-Constrained-Correlation (VC-correlation) と呼ぶ新しいタイプの相関を計測する手法を開発した。この VC-correlation を用いることにより、2つの要素 A, B の間の相関のみならず因果の方向性まで検出できるようになった。日米株式相関・為替レートの間の方向性、日中と夜間の収益率の相関、また金融以外への応用として遺伝子制御関係の推定にこの VC 相関を応用した。

2 提案方法

$P_i(t)$ ($i = 1, 2$) を金融資産 i の時刻 t ($t_i \leq t \leq t_f$) における値とする。すると対数収益率は以下で定義さ

れる。

$$R_i(t) = \ln P_i(t+1) - \ln P_i(t).$$

すると、平均、標準偏差は通常通り以下で定義される。

$$E(R_i(t)) = \frac{1}{(t_f - t_i)} \sum_{t_i \leq t < t_f} R_i(t),$$

$$\sigma(R_i(t)) = \sqrt{\frac{1}{(t_f - t_i)} \sum_{t_i \leq t < t_f} (R_i(t) - E(R_i(t)))^2}.$$

ここで、 t_i と t_f は、データセットの最初および最後の時刻である。さらに、時系列データペア $\{(R_1(t), R_2(t))\}$ ($t_i \leq t < t_f$) に対して、相関係数 (Pearson product-moment correlation coefficient) は以下で定義される。

$$C(R_1(t), R_2(t)) = \frac{1}{(t_f - t_i)} \times \sum_{t_i \leq t < t_f} \frac{(R_1(t) - E(R_1(t)))}{\sigma(R_1(t))} \frac{(R_2(t) - E(R_2(t)))}{\sigma(R_2(t))}.$$

金融市場では、2つの金融資産が相関する現象は頻繁に観察される。さらに、資産 1 から資産 2 への影響の強さが、その逆方向 (資産 2 から資産 1) の影響の強さと異なることも良く観察される。そこで、この現象をとらえるために、以下のように volatility-constrained correlation (VC 相関) と呼ぶメトリックを導入する。

一般に Ω を、時系列 $\{t | t_i \leq t < t_f\}$ の部分集合とする。この部分時系列 Ω に対して、フィルター (制限)

*連絡先: E-mail: ochiai@otsuma.ac.jp

†連絡先: E-mail: nacher@is.sci.toho-u.ac.jp

された平均、標準偏差、相関係数を以下で定義する。

$$E(R(t), \Omega) = \frac{1}{\#\Omega} \sum_{t \in \Omega} R(t),$$

$$\sigma(R(t), \Omega) = \sqrt{\frac{1}{\#\Omega} \sum_{t \in \Omega} (R(t) - E(R(t), \Omega))^2},$$

$$C(R_1(t), R_2(t), \Omega) = \frac{1}{\#\Omega} \sum_{t \in \Omega} \frac{(R_1(t) - E(R_1(t), \Omega))}{\sigma(R_1(t), \Omega)} \times \frac{(R_2(t) - E(R_2(t), \Omega))}{\sigma(R_2(t), \Omega)},$$

ここで、 $\#\Omega$ は、 Ω の要素の数である。

時系列部分集合 Ω の特別な場合として、以下のよう
におく。

$$\Omega_{[t_1, t_2; \alpha, \beta]} = \{t \in [t_i, t_f] \mid t_1 \leq t < t_2 \text{ and } \alpha \cdot \sigma(R_1(t)) \leq |R_1(t)| < \beta \cdot \sigma(R_1(t))\},$$

ここで、 $t_i \leq t_1 < t_2 \leq t_f$ である。

そこで、次のように volatility-constrained correlation を定義する。

$$F[\alpha, \beta](s) = C(R_1(t), R_2(t), \Omega_{[s, s+\Delta s; \alpha, \beta]}),$$

言い換えると、volatility-constrained correlation $F[\alpha, \beta](s)$ は、一方の資産の $|R_1(t)|$ が特定のレンジに制限されているときの $(\alpha \cdot \sigma(R_1(t)) \leq |R_1(t)| < \beta \cdot \sigma(R_1(t)))$ 、2つの金融資産 $(R_1(t), R_2(t))$ の間の特定時期の相関係数を表す。制限を課す方の資産（影響の起点となる方） $R_1(t)$ を base asset と呼ぶことにする。

$F[\alpha, \beta](s)$ は、 $R_1(t)$ のボラティリティーによって制限された相関係数であり、もし、二つの資産 $R_1(t)$ と $R_2(t)$ を交換すると、 $F[\alpha, \beta](s)$ は異なる値をとる。いかえると、この定義は、2つの資産 $R_1(t)$ と $R_2(t)$ の交換について非対称である。この非対称性は、2つの資産価格間の影響の方向性を検知するのに重要な役割を果たす。ここで、この2種類の VC 相関の値を比べることにより影響の方向性を推定することができる。例えば、2つの資産 $R_1(t)$ と $R_2(t)$ を交換したとき、 $F[\alpha, \beta](s)$ が減少したら、資産 $R_1(t)$ から資産 $R_2(t)$ の方向に影響を与えていることがわかる。逆に、2つの資産 $R_1(t)$ と $R_2(t)$ を交換したとき、 $F[\alpha, \beta](s)$ が増大したら、資産 $R_2(t)$ から資産 $R_1(t)$ の方向に影響を与えていることがわかる。（図1）

3 VC 相関の応用 1

日経平均株価と他の金融資産との影響伝播の方向性 (VC 相関) を分析した [1]。具体的には、日経平均株価、

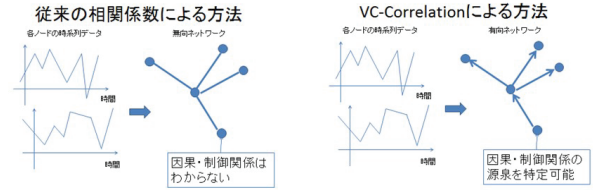


図 1: VC 相関。

米ドル為替レート、DJIA(ダウ平均株価) の間の VC 相関の非対称性をしらべた。この分析により、日経平均株価が米ドル円と DJIA の影響を受けていることが統計的に示すことができた。これは、日米間の国際的な経済力のバランスを反映していると解釈できる。

4 VC 相関の応用 2

VC 相関は、金融のみならず他分野に応用でき、実績を上げている [2]。疾患分子経路やシグナル伝達ネットワークを明らかにするためには、無方向性ネットワークだけでなく細胞構成要素間の機能的相互作用や物理的相互作用の方向性を推論する必要がある。遺伝子間の機能的相互作用を同定するための一般的な方法は、実験的な遺伝子発現測定値間の相関関係にある程度依存している。しかし、標準的なピアソンまたはスピアマン相関に基づくアプローチでは、細胞成分間の無方向性の相関関係を決定することしかできない。論文 [2] では、遺伝子発現プロファイルに対して、遺伝子間の相互作用の方向性を捉えるための新しいメトリックであるボラティリティー制約相関法を適用する。予測結果を評価するために、DREAM5 ネットワークの4つのデータセットを用いた。VC 相関による解析結果は、実験的に検証された遺伝的調節リンクの方向性のデータと比較した。その結果、本手法は高い統計的有意性を持って遺伝的相互作用の方向性を予測することに成功していることがわかった。

5 VC 関連の応用 3

金融工学や経済物理学の研究では、日中の取引に焦点を当てた研究が多いが、非取引時間帯に焦点を当てた研究は少ない。論文 [3] では、前日のオーバーナイト・リターンのと日中のリターンの相関関係（相関 ND）と、日中のリターンと翌日のオーバーナイト・リターンの相関関係（相関 DF）を調査した結果、いくつかの知見が得られた。第一に、日本の株式市場では、オーバーナイト・リターンと日中リターンの間に弱い負の相関（相関 ND）が観測された。第二に、VC 相関法を適用することで、このシグナルが有意に増幅され、標準的な相関に比べて日中リターンの予測可能性が高まることがわかった。さらに、VC 相関から得られた増幅シグナルを各銘柄ごとに分析したところ、標準相関と VC 相関の間には直線的なスケールの関係が見られた。また、VC 相関から得られる影響の方向性は時間の方向性と一致することが確かめられた。

6 VC 関連の応用 4

財務諸表などの財務データには多くの変数がありますが、その中から因果関係、すなわち、各変数の方向性を見出すために相関（VC 相関）法を用いて、2 つの変数の間の方向関係を予測した [4]。正確には、VC 相関法を、1990 年から 2018 年までの 28 年間の東京上場企業 2321 社の売上高、当期純利益、営業利益、自己資本、時価総額の時系列データに応用した。

7 終わりに

VC 相関を用いて、日米株式相関・為替レートの間の方角性、日中と夜間の収益率の相関、また金融以外への応用として遺伝子制御関係の推定にもこの VC 相関を応用した。これらの結果により、VC 相関は時系列データの要素間の方向性を推定するのに優れたメトリックであることがわかり、金融やそれ以外への分野へのさらなる応用が期待できる。

謝辞

T.O. was partially supported by JSPS Grants-in-Aid for Scientific Research (Grant Number 15K01200).

参考文献

- [1] T. Ochiai, J.C. Nacher, “Volatility-constrained correlation identifies the directionality of the influence between Japan’s Nikkei 225 and other financial markets”, *Physica A* 393, 364–375 (2014)
- [2] T. Ochiai, J.C. Nacher, “Predicting link directionality in gene regulation from gene expression profiles using volatility-constrained correlation”, *Biosystems*, Volume 145, 9–18 (2016)
- [3] T. Ochiai, J.C. Nacher, “VC correlation analysis on the overnight and daytime return in Japanese stock market” *Physica A*, Volume 515, 537-545(2019)
- [4] T. Ochiai, J.C. Nacher, “Unveiling the directional network behind the financial statements data using volatility constraint correlation”, preprint, arXiv:2008.07836 [q-fin.GN]