人工知能学会研究会資料
SIG-FIN-006-14

少数派ゲームにおけるエラーの生起確率が社会的効率に及ぼす影響

Effect of errors on social efficiency in minority games

河又　裕士 [1*]　　秋山　英三 [2]

[1] 筑波大学理工学群社会工学類
[1] University of Tsukuba, College of Policy and Planning Science
[2] 筑波大学大学院システム情報工学研究科
[2] University of Tsukuba, Graduate School of Systems and Information Engineering

Abstract: 本研究では、少数派ゲーム (MG) において、「エージェントがエラーを起こす確率」が「社会的効率」に与える影響を分析した。発生するエラーとしては、次の 4 種類: (1)Implementation Error(行動選択のエラー), (2)Perception Error(ゲーム結果の認識のエラー), (3)Strategy Error(戦略の予測のエラー), (4)Memory Error(記憶のエラー) を考え、エージェントが各エラーのうち 1 種類を起こす状況を分析の対象とした。結果、エージェントの記憶長が短い場合において次のことが分かった。エージェントが (2)-(4) のいずれかのみを起こす状況では、エージェントのエラー確率がゼロの極限のときに、最も社会的に効率的な状態が実現される。つまり、エラーがまったく起こらないときや、エラーが頻繁に起こる場合より、**エラーがほんの少し起こるときに社会的効率が最大化**される。一方、(1) を起こす状況では、エラー確率が 50 % に近づくにつれ社会的に効率な状態が実現される。

1　イントロダクション

近年、特に経済物理学の分野において、少数派ゲーム (以下、MG) [1] を行うエージェントたちにみられる集団的特性についての研究が盛んに行われている。

MG は少数派の選択をした主体が利益を得るゲームであり、次のような街の状況 [2] をモデル化している: N 人 (奇数) の人々が住み、2 つのバー (酒場) が建つ街がある。人々は毎日、どちらのバーに行くかを選択する。どちらのバーでも音楽の生演奏が行われる。しかし、バーの来客数が $N/2$ 人以上だと雑音のため、音楽を静かに聞くことができない。従って、人々は来客数が $N/2$ 人以下であるバー、つまり、「少数派の選択肢」を目指して意思決定を行う。ここで、エージェントの意思決定は、過去のバーの混雑状態 (ゲーム結果) の記憶をもとに行われる。

少数派の選択をした主体が利益を得る状況は、現実で多くみられる。例えば、金融市場では、多くの人が売って割安の状態で買うトレーダーが利益を得ることができる。また、商品開発を行う企業は、他の企業が作っていない製品を作った方がもうけを得ることができる。他にも、ドライバーが他の利用者が少ない経路を通ることで、渋滞に巻き込まれることなく目的地へ到達できることなどがある。実際に、MG の応用研究 [3,4] では金融市場モデルの構成を行っているものがある。

MG に関する一連の研究 [5–8] では、MG を段階ゲーム (以下、ゲーム) [1] として、MG が繰り返し行われる状況を想定し、エージェントは過去のゲーム結果の記憶から少数派を目指して行動する。この際に見られる集団的振る舞いが、主に、エージェント・シミュレーションにより分析されている。

MG に関する多くの研究 [9–12] では、社会的効率に関する議論が行われている。社会的効率とは、どれほど多くのエージェントが少数派の選択をしたことで利益を得られたかを表す程度のことである。また、少数派の選択を選択したエージェントが多いほど社会的効率が良いため、社会的効率は、少数派のエージェントの数と多数派のエージェントの数の差の小ささでもある。

前述した、街の状況のモデルでの社会的効率は、どれだけ多くの人々が空いているバーに行ったことで満足をしているかを表わす。片方のバーの来客数が多すぎた場合や、少なすぎた場合は、より少ない人々しか満足していないため、社会的効率は悪い。

MG を応用した金融市場のモデルでは、エージェントは株式の「売り」,「買い」のどちらか一方を選択する。「売り」,「買い」の各選択をしたエージェントの数の差が小さいほど株式価格の変動は小さくなる。従っ

*連絡先：筑波大学理工学群社会工学類
〒 305-0006 茨城県つくば市天王台１丁目１－１目
E-mail:rykawamata@gmail.com

[1]段階ゲーム＝繰り返しゲームで繰り返される同時手番ゲーム

て、このモデルにおける社会的効率は、価格の安定度合 (リスク) と考えられる。

社会的効率における興味深い結果を報告した研究として R. Manuca 等 [13] がある。この研究では、エージェントの記憶長 (記憶能力:どの程度過去までのゲーム結果を記憶出来るか) と、社会的効率との関係が議論され、**臨界記憶長を境に社会的効率が相転移を起こす**ことが示された。つまり、臨界記憶長以下の相では記憶長が長くなるにつれて社会的効率が良くなり、逆に、臨界記憶長以上の相では記憶長が長くなるにつれて社会的効率が悪くなる。

以上のような既存の MG に関する研究では、多くの興味深い結果が得られているが、それらの多くは、エージェントのエラー (誤り) の影響については、ほとんど議論されていない[2] 。ここでエラーとは、エージェントが自分の行動選択を誤ったり、ゲーム結果を誤って認識することなどを表す。エラーを一切起こさないことは、現実の意思決定主体では考えにくい。従って、MG に関する研究で得られた知見が、エラーによってどの程度影響を受けるかを検証する必要がある。実際、例えば、囚人のジレンマゲームにおける協力行動の進化に関する一連の研究 [16–19] では、多くの場合、エラーの影響が検証・議論されている。MG においても、エージェントがどの程度の確率でエラーを起こすかは、社会的効率に影響を与えると考えられる。

以上を踏まえ、本研究では、MG において、**「エージェントがエラーを起こす確率」が「社会的な効率」に与える影響** を分析する。発生するエラーとしては、次の 4 種類を考える。

(1) Implementation Error(行動の誤り)

(2) Perception Error(ゲーム結果の認識の誤り)

(3) Strategy Error(戦略の予測の誤り)

(4) Memory Error(記憶の誤り)

エージェントが各エラーのうち 1 種類を起こす状況を分析の対象とする。

本研究の結果の概要は次の通り。

- エージェントが (2)-(4) のいずれかのみを起こす状況では、エージェントの記憶長が臨界記憶長よりも短い場合、エラー確率がゼロの極限のときに、最も社会的に効率的な状態になる。一方、エージェントの記憶長が臨界記憶長以上の場合、エラー確率がゼロのときに、最も社会的に効率的な状態になる。
- エージェントが (1) を起こす状況では、エージェントの記憶長が一定値より短い場合、エラー確率が 50 % に近づくにつれ、社会的に効率な状態になる。一方、エージェントの記憶長が一定値以上の場合、エージェントのエラー確率がゼロのときに、最も社会的に効率な状態になる。

以下、第 2 節ではモデルについて説明する。第 3 節ではモデルのシミュレーション結果と分析を示し、第 4 節では考察を述べていく。

2 モデル

2.1 MG

エラーを起こすエージェントによる MG について説明する前に、まず、通常の MG について述べる。

MG では、2 つの選択肢のうち、少数派の選択をしたエージェントがポイントを得るゲームを行う。このゲームは繰り返し期間 T の間繰り返される。エージェントはポイントを獲得するために、過去のゲーム結果を記憶し、記憶をもとに戦略を用いた予測を行い、各期の選択を行う。

以上の MG は次のように構成される。

N 人 (奇数) のエージェントが繰り返し期間 T の各期 t においてゲームを行う。ゲームでは、各エージェントは選択肢 0,1 のうちどちらかを選択する。エージェント i の t 期の選択を $a_i(t) \in \{0,1\}$ とする。すると、t 期の 1 の選択者数 $N_1(t)$ は次のようになる。

$$N_1(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i(t)$$

これより、t 期の少数派サイド、つまり、ゲーム結果 $h(t)$ は次のように決定される。

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad N_1(t) < N/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$a_i(t) = h(t)$ である少数派サイドの選択をしたエージェントは 1 ポイントを獲得し、$a_i(t) \neq h(t)$ である多数派サイドの選択をしたエージェントはポイントを獲得できない。

エージェントは意思決定の際に、記憶している 1 期前から M 期前までのゲーム結果を参照する。この M をエージェントの記憶長と呼ぶ。なお、本研究では、すべてのエージェントの記憶長は等しいとする。

t 期において、エージェント i が k 期前 ($k = 1, \cdots, M$) に認識して記憶しているゲーム結果を $m_i^k(t)$ とし、

[2] エージェントが戦略 (後述) を確率的に選択する Thermal MG モデル [14] はある。しかし、これはエラーというより、エージェントが意図的に行っているものである。ほかにも、戦略の数 $s = 1$(後述) の場合に限れば Modified Evolutionary MG モデル [15] では Implementation Error(後述) を起こすエージェントを想定しているが、このモデルは進化に焦点を当てたものであり、また、$s = 1$ は通常の MG 研究では扱われない。

表 2.1: 記憶長 $M = 3$ のエージェントが持つ戦略の例

M 期間の記憶	戦略の予測
000	1
001	1
010	0
011	1
$\vdots$	$\vdots$
111	0

エージェントの記憶を $\mu_i(t) = (m_i^1(t), \ldots, m_i^M(t))$ と表わす。また、$m_i^0(t)$ を t 期に認識した t 期のゲーム結果とし、次のようになる。

$$m_i^0(t) = h(t) \tag{2.1}$$

$t + 1$ 期に、記憶は次のように更新される。

$$m_i^k(t+1) = m_i^{k-1}(t) \quad (k = 1, \ldots, M) \tag{2.2}$$

エージェントの選択は、各自が持つ戦略の予測をもとに行われる。戦略とは、エージェントの記憶から今期のゲーム結果を予測するものであり、$2^M \times 2$ の行列によって定義される。左側の列は、0 と 1 で構成された長さ M の数列のすべての組み合わせであり、右側の列は 0 か 1 の値をとる。1 期のゲームが始まる前に各エージェントには、2^{2^M} 通りある戦略のうちランダムに s 個 (2 個以上) の戦略が、復元抽出され、配布される。エージェント i が保持する戦略 j の左側の列から、t 期の記憶 $\mu_i(t)$ に対応する数列の行を探し出し、探し出した行の右側の列の値が、戦略の予測 $\phi_i^j(t)$ となる。

記憶長 $M = 3$ のエージェントが持つ戦略の例として、表 2.1 を示す。t 期において、この戦略を持つエージェントが、1 期前は 0、2 期前は 1、3 期前は 1 と、ゲーム結果を記憶している場合、エージェントの記憶は (0,1,1) であり、戦略の予測は 1 となる。

各期のエージェントの選択は、その期に採用する戦略によって決まるが、戦略の採用には戦略のスコアを参照する。戦略のスコアとは、各期 t までに戦略の予測とゲーム結果が一致した回数であり、$U_i^j(t)$ $(j = 1, \ldots, s)$ と表す。各エージェント i は、各期 t において、最もスコアの高い戦略を採用する。もし、最も高いスコアを持つ戦略が複数ある場合には、等確率で、そのうちどれか 1 つの戦略が採用される。$t + 1$ 期に、スコアは次のように更新される。

$$U_i^j(t+1) = \begin{cases} U_i^j(t) + 1 & \text{if} \quad \phi_i^j(t) = h(t) \ and \ t > M \\ U_i^j(t) & \text{otherwise} \end{cases}$$

但し、$U_i^j(1) = 0$

$t < M$ においては、どの戦略も採用せず、エージェントは 0,1 のうち等確率でどちらかを選択する。

2.2 エラー付き MG

本研究で想定した、エージェントが起こすエラーは、次の 4 種類である。

(1) Implementation Error(以下、IE)
行動選択を誤る

(2) Perception Error(以下、PE)
ゲーム結果の認識を誤る

(3) Strategy Error(以下、SE)
戦略の予測を誤る

(4) Memory Error(以下、ME)
記憶を誤る

(1),(2) は、囚人のジレンマゲームにおける多くの研究 [16–19] で想定されているエラーである。(3),(4) は本研究で新たに想定したエラーである。各エラーについて、以下の節で詳細を述べる。

2.2.1 Implementation Error

IE とは、エージェントが自らが選択しようとした行動を誤ってしまうことである。例えば、金融市場において、「買い」の注文を出すと決めていたのに、誤って「売り」の注文を出してしまうことである。

エージェントが IE を起こす確率を p_{IE} とする。エージェント i が t 期において採用した戦略を j とすると、その予測は $\phi_i^j(t)$ である。エージェントは IE 起こすと、$\phi_i^j(t)$ とは逆の選択をしてしまう。これは、次のように表せる。

$$Pr(a_i(t) = \phi_i^j(t)) = 1 - p_{IE}$$
$$Pr(a_i(t) = \neg\phi_i^j(t)) = p_{IE}$$

但し、$\neg$ は次のような演算子である。

$$\neg b = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad b = 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

2.2.2 Perception Error

PE とは、エージェントがゲーム結果を誤って認識してしまうことである。例えば、金融市場において、実際には株価が「上昇した」にも関わらず、誤って「低下した」と認識してしまうことである。

エージェントが PE を起こす確率を p_{PE} とする。エージェント i が t 期に認識する t 期のゲーム結果は $m_i^0(t)$ である。エージェントは PE が起こると、$h(t)$ と逆の結果を認識してしまう。これは、式 2.1 を変更し、次のように表せる。

$$Pr(m_i^0(t) = h(t)) = 1 - p_{PE}$$
$$Pr(m_i^0(t) = \neg h(t)) = p_{PE} \tag{2.1'}$$

2.2.3 Strategy Error

SE とは、戦略の予測を誤ってしまうことである。例えば、金融市場において、自ら持っている戦略が、実際には「次は買い」と予測したにも関わらず、誤って、「次は売り」と予測したと認識してしまうことである。

エージェントが SE を起こす確率を p_{SE} とする。エージェント i の t 期の記憶 $\mu_i(t)$ に対応する、戦略 j の行の右側の列の値を $\psi_i^j(\mu_i(t))$ とする。エージェントは SE が起こると、戦略 j が $\psi_i^j(\mu_i(t))$ とは逆の予測をしたと認識してしまう。これは、次のように表せる。

$$\begin{aligned} Pr(\phi_i^j(t) = \psi_i^j(\mu_i(t))) &= 1 - p_{SE} \\ Pr(\phi_i^j(t) = \neg\psi_i^j(\mu_i(t))) &= p_{SE} \end{aligned} \quad (j = 1, \ldots, s)$$

2.2.4 Memory Error

ME とは、エージェントが記憶を誤ってしまうことである。例えば、金融市場において、t 期に 1 期前は株価が「低下した」と記憶していたにも関わらず、$t+1$ 期に 2 期前は株価が「上昇した」と誤って記憶していることである。

エージェントが ME を起こす確率を p_{ME} とする。エージェント i が t 期に、$k-1$ 期前のゲーム結果の記憶 $m_i^{k-1}(t)$ に対して ME を起こしたとする。すると、「$t+1$ 期における k 期前のゲーム結果の記憶 $m_i^k(t+1)$」は「t 期における $k-1$ 期前のゲーム結果の記憶 $m_i^{k-1}(t)$」と異なってしまう。これは式 2.2 を変更し、次のように表せる。

$$\begin{aligned} Pr(m_i^k(t+1) = m_i^{k-1}(t)) &= 1 - p_{ME} \\ Pr(m_i^k(t+1) = \neg m_i^{k-1}(t)) &= p_{ME} \end{aligned} \quad (k = 1, \ldots, M) \tag{2.2'}$$

2.2.5 各エラー付き MG の定義

本研究では、以上に述べた 4 種類のエラー:IE, PE, SE, ME が社会的効率に与える影響を分析するため、IE 付き MG(IE が発生する MG),PE 付き MG(PE が発生する MG),SE 付き MG(SE が発生する MG),ME 付き MG(ME が発生する MG) の計算機シミュレーションを行う。なお、すべてのエージェントのエラー確率 $(p_{IE}, p_{PE}, p_{SE}, p_{ME})$ は等しいとする。

2.3 パラメータの範囲設定

シミュレーションでは、各パラメータをそれぞれ以下の範囲で設定する。

- エージェントの数は $N = 101$ の固定値[3]
- 記憶長 M は 1 から 10 までの値
- 戦略保持数は $s = 2$ の固定値[4]
- 繰り返し期間 T は 100,000 から 10,000,000 の値
- エラー確率 $p_{IE}, p_{PE}, p_{SE}, p_{SE}$ は 0 から 0.5 の値

3 結果と分析

3.1 分析に用いる指標

シミュレーション結果の分析のために、社会的効率の悪さを表す次の指標 [13] を用いた。

$$\sigma^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(N_1(t) - \frac{N}{2}\right)^2$$

σ^2 は $N_1(t)$ の $N/2$ からの乖離度合を表している。つまり、この値が大きいほど社会的効率が悪い。なぜなら、$N_1(t)$ が $N/2$ から乖離するほど、より少ないエージェントしかポイントを獲得できていないからである。

シミュレーションの 1 試行では、T 期間の繰り返しエラー付き MG を行った。σ^2 は 1 試行ごとに計算した。なお、本稿で示す各結果での σ^2 の値は、32 試行の平均である。

3.2 PE,SE,ME 付き MG

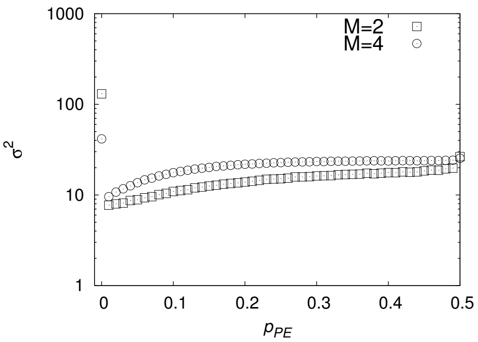
以下では、まず、PE 付き MG の結果を示した。

図 3.1(a),(b) に示されている 2 つの図では、それぞれ、記憶長が、(a) 臨界記憶長 (1 節を参照) [5] より短い $M = 2, 4$ の場合と、(b) 臨界記憶長以上の $M = 6, 8, 10$ の場合における、p_{PE} と σ^2 の関係を片対数プロットした。横軸が p_{PE}、縦軸が σ^2 である。なお、p_{PE} は 0.01 刻み、繰り返し期間は $T = 100,000$ とした。

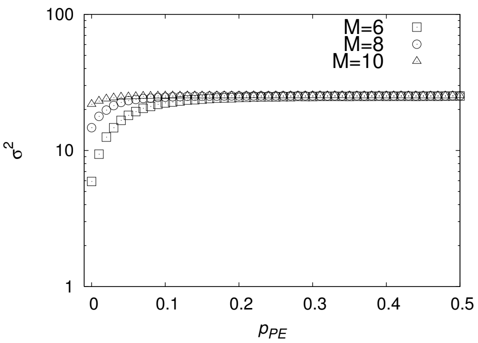
[3] MG に関する研究 [5,13] では、$N = 101$ のときにみられる基本的な性質は、他の N の値でも現れることが分かっている。そのため、通常は $N = 101$ の設定での結果をもとに議論を行う。よって、本研究でも $N = 101$ と設定した。

[4] $N = 101$ の設定と同様の理由で、多くの MG の研究 [6,7,12] でも $s = 2$ と設定されている。そのため、本研究でも $s = 2$ と設定した。

[5] $N = 101, s = 2$ の場合における臨界記憶長の値は 6 である。



(a) $M = 2, 4$ の場合



(b) $M = 6, 8, 10$ の場合

図 3.1: PE 付き MG の結果を、横軸に p_{PE}(0.01 刻み)、縦軸に σ^2 をとり、片対数プロットしたもの。(a),(b) はそれぞれ、記憶長が、(a) 記憶長が臨界記憶長よりも短い $M = 2, 4$ の場合と、(b) 記憶長が臨界記憶長以上の $M = 6, 8, 10$ の場合の図。

図 3.1(b) より分かったことは、記憶長が臨界記憶長以上の場合、σ^2 が $p_{PE} = 0$ のときに最小となることである。つまり、エラーを起こさないほど社会的効率が良くなる。

一方、図 3.1(a) より分かったことは、記憶長が臨界記憶長より短い場合、σ^2 が、p_{PE} が 0 に極めて近いときに最小となり、また、$p_{PE} = 0$ で不連続的な値になることである。つまり、エラーがまったく起こらないときや、エラーが頻繁に起こる場合より、エラーがほんの少し起こるときに社会的効率が最大化される。

臨界記憶長より短い記憶長の場合における、$p_{PE} = 0$ 付近での σ^2 の値をより詳しく見たのが、図 3.2 である。記憶長 $M = 2$ とし、繰り返し期間 $T = 100,000 \sim 10,000,000$ の場合について、p_{PE} を 0 から 0.01 の範囲で 0.0002 刻みにとり、プロットした。

図 3.2 より分かったことは、繰り返し期間 T が長くなるにつれて、σ^2 が最小になる p_{PE} が、0 に近づくことである。よって、繰り返し期間 T が長い期間、つまり、$T \to \infty$ のとき、σ^2 は $p_{PE} \to 0$ の極限で最小となり、$p_{PE} = 0$ で特異点になると考えられる。

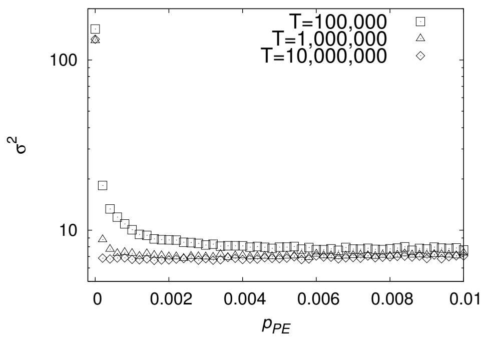


図 3.2: PE 付き MG における、記憶長 $M = 2$ の場合の σ^2 を、$p_{PE} = 0$ 付近で示したもの。横軸に p_{PE}(0.0002 刻み) をとり縦軸に σ^2 を対数プロット。繰り返し期間が $T = 100,000 \sim 10,000,000$ の場合を示した。

以上の性質の発生メカニズムについて、詳細は、ページの都合上、省略するが、簡潔に説明すると以下の通りである。

通常の MG のときについて、つまり、$p_{PE} = 0$ のときについて、先行研究 [13] より、次のことが分かっている。

臨界記憶長よりも短い記憶長の場合、エージェント集団において、群集行動 (herding behavior) が起こる。群集行動が起こると、多くのエージェントが同じ選択をするようになり、社会的効率が悪化する。

PE 付き MG でも、臨界記憶長より短い記憶長の場合、p_{PE} が 0 に極めて近い値のとき、群集行動が起こる。しかし、$p_{PE} = 0$ のときよりも、群集行動を起こすエージェントの規模が小さくなる。つまり、同じ選択をするエージェントの数が少なくなる。

この理由は、PE の影響によって、状況によって選択を切り替えるエージェントの数が減るためである。

エージェントが PE を起こすと、エージェントはその期のゲーム結果を誤って認識してしまう。誤って認識したゲーム結果は、エージェントの記憶に M 期間の間残る。つまり、1 度 PE が起こると、エージェントは $M + 1$ 期間の間、影響を受け続ける。

p_{PE} が 0 に極めて近い値では、エージェントはエラーを起こしにくい。しかし、1 試行でエージェントは、平均的に Tp_{PE} 回だけエラーを起こす。エラーの影響は $M + 1$ 期間続くので、1 試行において、エラーが影響する期間は、平均 $Tp_{PE}(M + 1)$ 期間である。この期間が長いほど、社会的効率は $p_{PE} = 0$ のときよりも良くなることが分かっている。

SE 付き MG,ME 付き MG についても分析の結果、PE 付き MG と同様の性質が現れた。つまり、記憶長が臨界記憶長以上の場合、σ^2 は、$p_{SE} = 0, p_{ME} = 0$ のときに最小となる。また、記憶長が臨界記憶長より

短い場合、σ^2 は、p_{SE}, p_{ME} が 0 に極めて近いときに最小となり、また、$p_{SE}=0, p_{ME}=0$ で不連続的な値になる。

SE 付き MG,ME 付き MG で現れた性質も、発生メカニズムは PE 付き MG と同様である。

SE 付き MG,ME 付き MG の結果については付録に載せる。

3.3 IE 付き MG

続いて、IE 付き MG の結果を示した。図 3.3 は、記憶長 $M=1,4,5,10$ の場合における、p_{IE} と σ^2 の関係を片対数プロットしたものである。横軸が p_{IE}、縦軸が σ^2 である。なお、繰り返し期間は $T=100,000$ である。

図 3.3 より分かったのは次のことである。

p_{IE} が 0.5 に近づく際の σ^2 の変化は、ある一定値の記憶長 $M=5$ を境に異なる。

記憶長が一定値より短い、$M<5$ の場合、σ^2 は、p_{IE} が 0.5 に近づくにつれ小さくなる。つまり、エラーを起こすほど社会的効率が良くなる。

$p_{IE}=0.5$ のときは、エージェントが、ランダムに選択を行っている、すなわち、Random Choice Game(以下、RCG) [13] を行っている状態である。

記憶長が一定値より短い場合、$p_{IE}=0$ のとき、RCG の状態よりも σ^2 が大きい。p_{IE} が大きくなるにつれて、エージェントの選択がランダムになり、RCG での σ^2 に近づく。言い換えれば、エラーを起こすほど社会的効率が良くなるのは、エージェントの選択がランダムに近づくためである。

一方、記憶長が一定値以上の、$M \geqq 5$ の場合、σ^2 は、$p_{IE}=0$ のときに最小となり、p_{IE} が 0.5 に近づくにつれ大きくなる。つまり、エラーを起こさないほど社会的効率が良くなる。

記憶長が一定値以上の場合、$p_{IE}=0$ では、RCG の状態よりも σ^2 が小さい。p_{IE} が大きくなるにつれて、エージェントの選択がランダムになり、RCG での σ^2 に近づく。言い換えれば、エラーを起こすほど社会的効率が悪くなるのは、エージェントの選択がランダムに近づくためである。

4 考察

本研究では、MG において、「エージェントがエラーを起こす確率」が「社会的な効率」に与える影響を分析した。発生するエラーとしては、(1)IE(行動選択のエラー), (2)PE(ゲーム結果の認識のエラー), (3)SE(戦略の予測のエラー), (4)ME(記憶のエラー) の 4 種類を考えた。

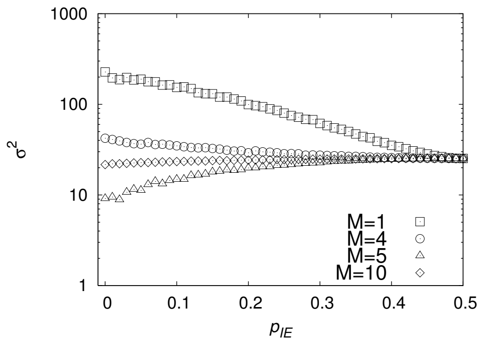


図 3.3: IE 付き MG の結果を、横軸に p_{IE}、縦軸に σ^2 をとり片対数プロットしたもの。記憶長が $M=1,4,5,10$ の場合を示す。

シミュレーションの結果、以下のことが分かった。

エージェントが (2)-(4) のいずれかのみを起こす状況では、エラーがまったく起こらないときや、エラーが頻繁に起こる場合より、エラーがほんの少し起こるときに社会的効率が最大化される。

一方、エージェントの記憶長が臨界記憶長以上の場合、エラーを起こさないほど社会的効率に効率な状態になる。

エージェントが (1) を起こす状況では、エージェントの記憶長が一定値より短い場合、エラー確率が 50 % に近づくにつれ社会的に効率な状態になる。一方、エージェントの記憶長が一定値以上の場合、エージェントのエラー確率がゼロの時に最も社会的に効率的な状態になる。

エージェントが (1)-(4) のいずれかのみを起こす状況において共通した性質として、記憶長が一定値より短い場合、エラーが全く起こらないときよりも、エラーがほんの少し起こるときの方が、社会的効率が良くなることがある。しかし、社会的効率が改善される理由は、エージェントが、(1) と、(2)-(4) のいずれかのみを起こす場合とで異なり、(1) では、エージェントの選択がランダムに近づくためであり、(2)-(4) では、エージェント集団の群集行動の規模が小さくなるためである。

研究の今後の課題として、本研究では、各エージェントが 1 種類のエラーのみを起こす場合について分析したが、複数のエラーを起こす場合についても分析していきたい。また、本研究で想定したエラーを、MG をもとにした金融市場のモデルに導入していきたいとも考えている。

謝辞

本研究を進めるにあたり、指導教員の秋山英三教授には毎週、熱心な議論・ご指導をいただきました。ま

た、秋山研究室の皆様には、本稿執筆にあたり、活発な議論やアドバイスをしていただき感謝いたします。

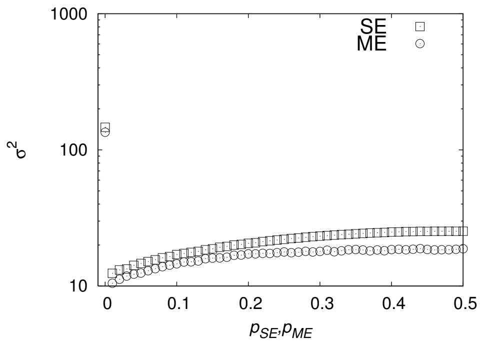
A　付録

ここでは、SE 付き MG,ME 付き MG の結果を示す。

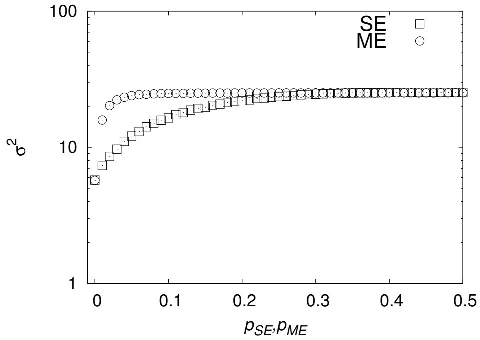
図 A.1(a),(b) に示されている 2 つの図では、それぞれ、記憶長が、(a) 臨界記憶長より短い $M = 2$ の場合と、(b) 臨界記憶長以上の $M = 6$ の場合における、p_{SE},p_{SE} と σ^2 の関係を片対数プロットした。SE は SE 付き MG、ME は ME 付き MG の結果を表す。p_{SE}, p_{ME}(0.01 刻み) を共通の横軸に、σ^2 を縦軸にとり、片対数プロットした。なお、繰り返し期間は $T = 100,000$ とした。

図 A.1(a) より分かったことは、記憶長が臨界記憶長より短い場合、σ^2 が、p_{SE},p_{SE} が 0 に極めて近いときに最小となり、また、$p_{SE} = 0, p_{PE} = 0$ で不連続的な値になることである。つまり、エラーがまったく起こらないときや、エラーが頻繁に起こる場合より、エラーがほんの少し起こるときに社会的効率が最大化される。

図 A.1(b) より分かったことは、記憶長が臨界記憶長以上の場合、σ^2 が $p_{SE} = 0, p_{ME} = 0$ のときに最小となることである。つまり、エラーを起こさないほど社会的効率が良くなる。



(a) $M = 2$ の場合



(b) $M = 6$ の場合

図 A.1: SE,ME 付き MG の結果を、p_{SE}, p_{ME}(0.01 刻み) を共通の横軸に、σ^2 を縦軸にとり、片対数プロットしたもの。SE は SE 付き MG、ME は ME 付き MG の結果を表す。(a),(b) はそれぞれ、記憶長が、(a) 臨界記憶長よりも短い $M = 2$ の場合と、(b) 臨界記憶長以上の $M = 6$ の場合の図。

参考文献

[1] D. Challet and Y.C. Zhang. Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game. *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, Vol. 246, No. 3-4, pp. 407–418, 1997.

[2] W.B. Arthur. Inductive reasoning and bounded rationality. *The American economic review*, Vol. 84, No. 2, pp. 406–411, 1994.

[3] P. Jefferies, ML Hart, PM Hui, and NF Johnson. From market games to real-world markets. *The European Physical Journal B*, Vol. 20, No. 4, pp. 493–501, 2001.

[4] N.F. Johnson, P. Jefferies, and P.M. Hui. *Financial market complexity.* Oxford University Press, USA, 2003.

[5] A. Cavagna. Irrelevance of memory in the minority game. *Physical Review E*, Vol. 59, No. 4, pp. 3783–3786, 1999.

[6] KH Ho, WC Man, FK Chow, and HF Chau. Memory is relevant in the symmetric phase of the minority game. *Physical Review E*, Vol. 71, No. 6, p. 66120, 2005.

[7] F. Ren, B. Zheng, T. Qiu, and S. Trimper. Minority games with score-dependent and agent-dependent payoffs. *Physical Review E*, Vol. 74, No. 4, p. 41111, 2006.

[8] B.C. Lustosa and D.O. Cajueiro. Constrained information minority game: How was the night at El Farol? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 389, No. 6, pp. 1230–1238, 2010.

[9] Y. Li, R. Riolo, and R. Savit. Evolution in minority games.(I). Games with a fixed strategy space. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 276, No. 1-2, pp. 234–264, 2000.

[10] Y. Li, R. Riolo, and R. Savit. Evolution in minority games.(II). Games with variable strategy

spaces. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 276, No. 1-2, pp. 265–283, 2000.

[11] FK Chow and HF Chau. Multiple choice minority game. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 319, pp. 601–615, 2003.

[12] X. Yao and S. Wan. Incomplete strategy effect in Minority Game. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 388, No. 6, pp. 935–944, 2009.

[13] R. Manuca, Y. Li, R. Riolo, and R. Savit. The structure of adaptive competition in minority games. *Arxiv preprint adap-org/9811005*, 1998.

[14] A. Cavagna, J.P. Garrahan, I. Giardina, and D. Sherrington. Thermal model for adaptive competition in a market. *Physical Review Letters*, Vol. 83, No. 21, pp. 4429–4432, 1999.

[15] TS Lo, SW Lim, PM Hui, and NF Johnson. Evolutionary minority game with heterogeneous strategy distribution. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 287, No. 1-2, pp. 313–320, 2000.

[16] R. Boyd. Mistakes allow evolutionary stability in the repeated prisoner's dilemma game. *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 136, No. 1, pp. 47–56, 1989.

[17] K. Lindgren. Evolutionary phenomena in simple dynamics. *Artificial life II*, Vol. 10, pp. 295–312, 1991.

[18] R. Axelrod and D. Dion. The further evolution of cooperation. *Science(Washington)*, Vol. 242, No. 4884, pp. 1385–1385, 1988.

[19] J.H. Miller. The evolution of automata in the repeated prisoner 's dilemma. *Two Essays on the Economics of Imperfect Information. PhD dissertation, Department of Economics, University of Michigan*, 1988.