

株式市場急落後の反発に関する分析 ～シミュレーション研究との比較～^{*1}

A rebound after a sharp fall of stock markets - comparing a simulation study -

水田 孝信
Takanobu Mizuta

スパークス・アセット・マネジメント株式会社
SPARX Asset Management Co., Ltd.
takanobu.mizuta@sparxgroup.com, <http://www.geocities.jp/mizuta/>

八木 勲
Isao Yagi

神奈川工科大学 情報学部
Faculty of Information Technology, Kanagawa Institute of Technology
iyagi2005@gmail.com, <http://iyagi2005.cocolog-nifty.com/blog/>

和泉 潔
Kiyoshi Izumi

東京大学大学院 工学系研究科
School of Engineering, The University of Tokyo
izumi@sys.t.u-tokyo.ac.jp, <http://kinba.sakura.ne.jp/>

keywords: rebound, stock market, agent-based-simulation, theoretical model

Summary

株式市場においては、大きなイベントが発生し市場全体が急落したとき、その後上昇する場合がある。多くの実証分析によりオーバーリアクション仮説が唱えられているものの、シミュレーションや理論モデルの研究はほとんどなく未解決問題である。本研究では、東証株価指数（TOPIX）配当込みのデータを用いて大幅な急落時に反発が多いことを実証的に示し、先行研究であるシミュレーション研究の結果と整合的な理論モデルの構築を行った。その結果、急落時に多くのファンダメンタルな投資家が考えている適正株価よりもさらに下落し、その後適正だと考えている株価に戻っていくことが示され、必ずしもオーバーリアクション仮説が必要ではないことが分かった。さらに、ファンダメンタル投資家しか存在しないと仮定しても、効率的市場仮説では説明できない、ボラティリティクラスターリングなどの実証現象を説明できる可能性があることを示した。本研究では、シミュレーション、実証分析とも整合的な理論モデルの一例を構築できた数少ない研究であると考えている。市場の研究において、実証分析、理論モデル、シミュレーションの連携が重要だが、それらを比較検討しつなぎ合わせる事が出来たことも本研究の成果であると考えている。

1. はじめに

株式市場においては、大きなイベントが発生し市場全体が急落する場合がある。しかし、その後、上昇する（反発するという）場合が多いと考える実務家が存在する。彼らは実際にこれを利用した投資を行う場合がある。多くの実証分析（例えば、[Bremer 91] や [Benou 03] など）によりオーバーリアクション仮説が唱えられているものの、シミュレーションや理論モデルの研究はほとんどなく未解決問題である。もちろん、通常の騰落の中でのリバーサル効果を検証した研究も多い（例えば、[Carhart 97] など）。しかし、これらは市場全体のファンダメンタル価値が急落にともなうビックイベントに関する急落ではなく、個別銘柄ごとの相対的にアンダーパフォームしている銘柄が反発するかどうかを調べた実証研究である。一方、効

率的市場仮説（[Fama 70]）に従えば、ファンダメンタルが急落した場合は急落した後のファンダメンタル価格に一瞬で収束するはずである。市場効率の仮説のもとでは反発が多くなる理由はない。

[八木 11a] では人工市場を用いたシミュレーション研究を行い、ファンダメンタル価値の急落時にどのような株価の推移が観測されるか調べた。ファンダメンタル価値が急落すると、まずそのファンダメンタル価値よりもさらに低い価格で値段がつき、その後ファンダメンタル価値に収束する形で反発が発生することが、シミュレーションで確認された。オーバーリアクションはモデルに組み込まれておらず、オーバーリアクションがなくても反発が起こることが示された。

本研究では、東証株価指数（TOPIX）配当込みのデータを用いて大幅な急落時に反発が多いことを実証的に示し、[八木 11a] のシミュレーション研究の結果と整合的な

*1 本研究の内容は著者らが所属する組織を代表するものではなく、すべては個人的な見解である。

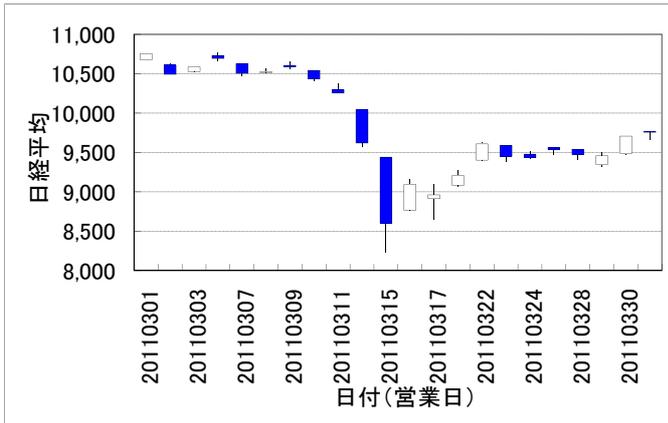


図1 東日本大震災発生前後数日の日経平均株価の推移



図2 リーマン・ショック直後の2008年10月・11月の日経平均株価の推移

理論モデルの構築を行う。さらに、ボラティリティクラスターリング ([Mandelbrot 72], [Sewell 06]) などの性質もこのモデルから説明できる可能性があることを示す。以後、2章で実証分析を紹介し、3章で理論モデルの構築を行う。4章でまとめと今後の課題を述べる。

2. 実証分析

2.1 株式市場急落後の反発

日本の株式市場における急落後の反発の例をいくつか示す。図1は東日本大震災（2011年3月1日）前後の日経平均株価の推移である。14日、15日に-16.1%急落し、16日から22日までで+11.7%と急騰している。この現象は大幅な急落時に多く見られる。図2はリーマン・ショック（2008年9月）後の実際に株式市場が暴落を始めた2008年10月から11月にかけての日経平均株価の推移である。10月1日から10日まで-27.2%下落し、その後2日間で+15.4%上昇した。その後、10月22日から27日にかけて-17.4%下落したが、やはりその後3日間で+26.1%の上昇があった。

このような急落はファンダメンタルの急激な下落を織り込んだという解釈もできる。これは効率的市場仮説 ([Fama 70] など) と矛盾しない。効率的市場仮説が成立しているのであれば、このようなイベント時は、図3のようなチャートになるはずである。少なくとも先の2つの例ではこのような形状になっておらず、次節以降で示すように統計的にもこのような形状にならず、統計的に有意に反発が存在する。

2.2 分析手法とデータ

ここでは使用したデータと分析手法を説明する。データは東京証券取引所が算出している、1979年12月10日から2011年5月16日までの全ての営業日の東証株価指数 (TOPIX) 配当込みである。東洋経済新報社が提供するデータを用いた。

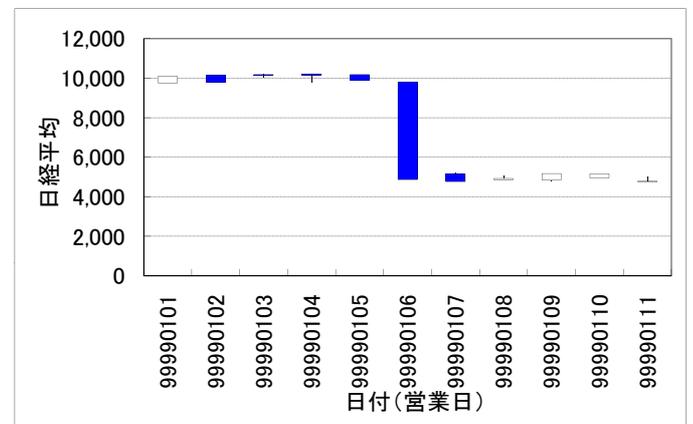


図3 効率的市場仮説が成り立っている場合のファンダメンタル急落時に予想される株価の推移例

図4は分析手法の概要を示している。基準日はデータがある全ての営業日である。基準日からみて、過去5日のリターンと未来5日リターンを計測する。これらの値を全ての基準日で平均を求めた場合と、過去5日リターンが-10%以下のサンプルだけで平均を求めた場合と比較する。基準日は全ての営業日であるため過去5日リターンは重複が存在する。例えば、ある月の基準日が5営業日目の場合、1営業日から5営業日までのリターンが過去5日リターンであり、基準日が6営業日目の場合、2営業日目から6営業日目までのリターンが過去5日リターンである。そのため、ある日の日次リターンは5回カウントされることとなる。

2.3 分析結果

図5は過去5日リターンが-10%以下のサンプルだけで平均を求めた場合のリターンの推移である。基準日以後の平均リターンは5日間で+5.4%の上昇をしている。図6、図7は全てのサンプルの平均と、過去5日リターンが-10%以下のものだけの場合の平均を比較したもので

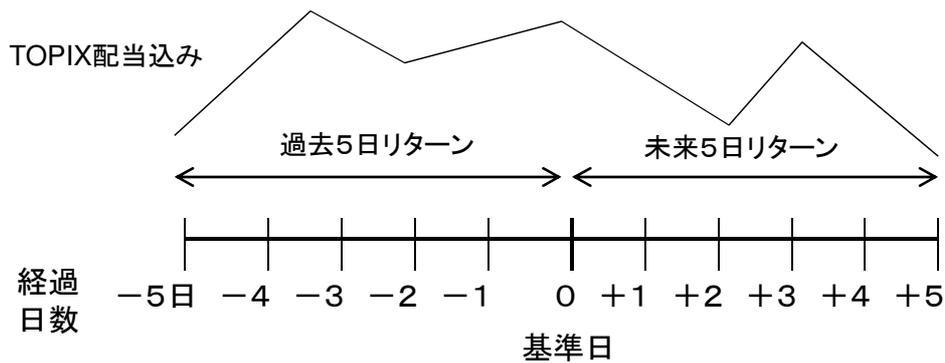


図4 実証分析の手法

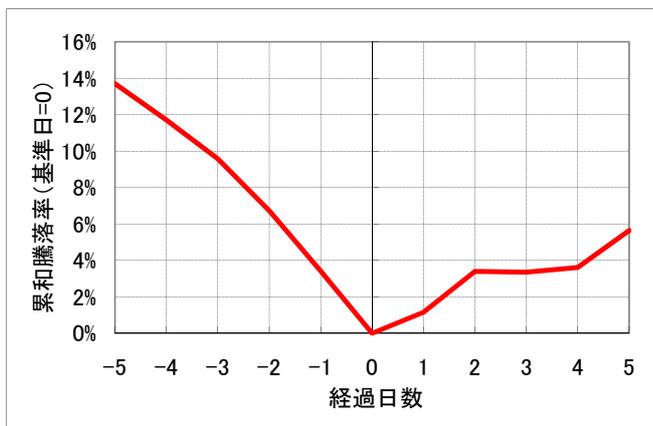


図5 分析結果1：市場急落時の平均的な推移（TOPIX 配当込み）。急落後に反発（上昇）が見られる

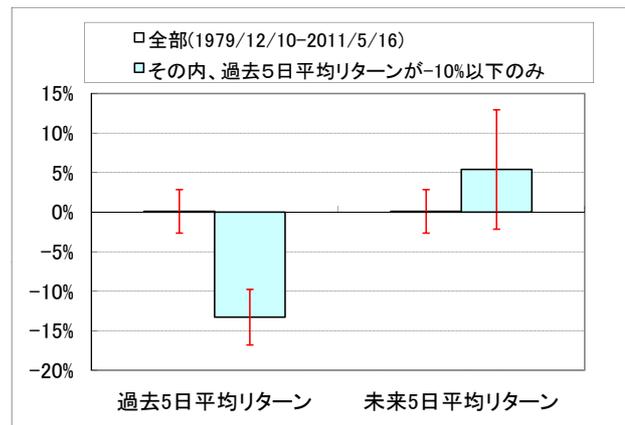


図7 分析結果3：全サンプルの結果と急落時のみを取り出した結果。エラーバーも描いた。

TOPIX配当込み	データ数	過去5日平均リターン	未来5日平均リターン	過去5日リターンの標準偏	未来5日リターンの標準偏
全部(1979/12/10-2011/5/16)	7,953	0.1%	0.1%	2.7%	2.8%
その内、過去5日平均リターンが-10%以下の	23	-13.3%	5.4%	3.5%	7.6%

図6 分析結果2：全サンプルの結果と急落時のみを取り出した結果。

ある。エラーバー（1標準偏差）も併記した。過去5日リターンが-10%以下のものだけの場合の未来5日平均リターンのt値は3.36で統計的に有意にプラスである。エラーバーもかなり高い確率でプラスのリターンであることを示している。また、全サンプルのデータが示すように、このサンプル期間が上昇基調であったりしたわけではない。これにより、急落後に反発が有意に存在していることが確認された。

3. 理論モデル

3-1 シミュレーション研究で分かったこと

[八木 11a] では、人工市場をもちいたシミュレーションによって、株価急落後の反発を見出した。詳細は [八木 11a] を参照するとして、簡単に、行われたシミュレーションとその結果を説明する。取引参加者は、ファンダ

メンタルエージェント、テクニカルエージェント、ノイズエージェントであり、それぞれ、45：45：10の割合で存在する。ファンダメンタルエージェントは、価格を予測してそれより割安なら買い、割高なら売りを行う。テクニカルエージェントは過去の株価だけから順張りか逆張りかで売買を行う。ノイズエージェントはランダムに発注し流動性を供給する。ファンダメンタルエージェントが予想する価格の平均値をある時点で半分にする。これは株式のファンダメンタルが急落した場合に相当する。このシミュレーションの結果、株価は急落するがその後反発が見られた。シミュレーションの優れている点は、このときの投資家（エージェント）の行動が分析できることである。マイクロ情報を分析し、なぜマクロ現象が発生したのかの分析が可能なことである。さて、このときの特徴は、

- (1) 売り注文が買い注文よりかなり多い。
- (2) 下落時は、ファンダメンタルエージェントが予測する株価の分布のモードよりもさらに大きく下落する。
- (3) そのモードに向かって反発する。
- (4) とくにテクニカルエージェントは大きな役割を果たしておらず、ファンダメンタルエージェントのみで発生すると考えられる。
- (5) オーバーリアクション仮説はモデルに組み込ん

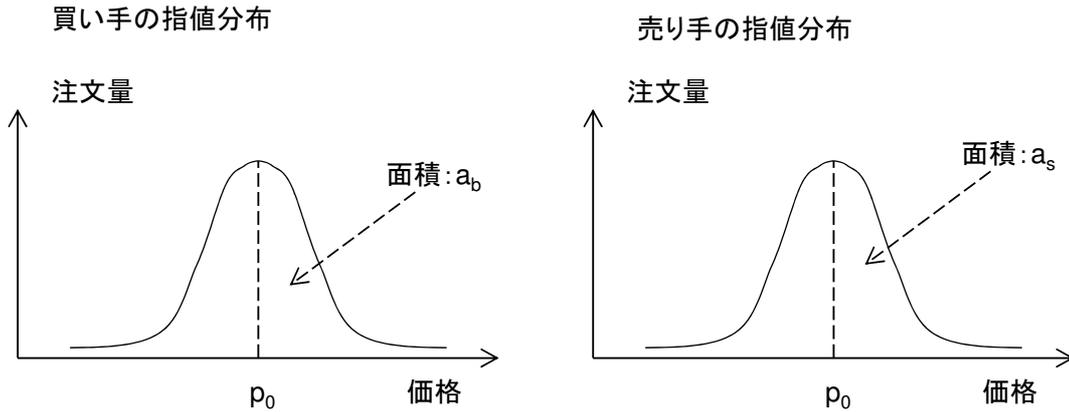


図8 買い手と売り手の指値分布.

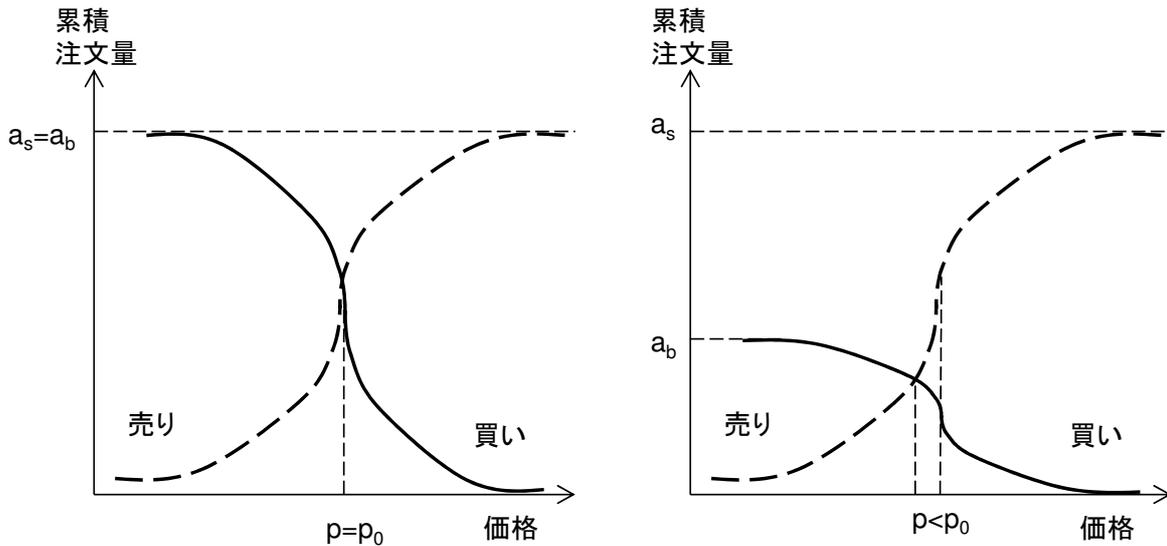


図9 板寄せによる取引価格の決定.

でない

特に、(2)が重要である。ファンダメンタルが急落した場合、ファンダメンタルエージェントはそれに伴い予想株価を引き下げる。しかし、一番多くのファンダメンタルエージェントが予想している株価よりも、さらに大きく下落しているのである。反発はこれを修正するために発生している。

次節では、この結果と整合的な理論モデルの構築を試みる。

3.2 理論モデルの構築

理論モデルの詳細を述べる。ここではファンダメンタルな投資家のみが存在し、買い手にも売り手にも十分多くの投資家が存在するとする。双方共にファンダメンタルに基づいて株価を予想し、予想した株価どおりに注文を入れる。図8は双方の指値(注文価格)の分布を示している。指値分布は正規分布に従うとする。買い手の指値分布の平均値を p_0 、標準偏差を σ 、面積を a_b とする。売り手の指値分布の平均値、標準偏差は買い手と同じ p_0 、 σ 、面積のみ a_s する。買い手と売り手の性質は、発注総量(面積がそれに相当する)以外はまったく同じとする。

次に板寄せによる価格決定(例えば、[和泉03]などが詳しい)を行う。板寄せ方式では、需要と供給がマッチする価格で取引を行う方式である。図9は板寄せ方式の概要を示している。買い手の指値分布から需要曲線、売り手の指値分布から供給曲線を作成しそれが交わったところが取引価格となる。供給曲線 $A_s(p)$ は、ある価格 p 以下の価格で発注する売り手の注文数の和(累積注文数)である。つまり、売り手の指値分布を価格の安い方から高い方へ累積した形となり、

$$A_s(p) = \frac{a_s}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{p - p_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \quad (1)$$

とあらわされる。ここで、 erf は誤差関数であり、

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (2)$$

と定義される。需要曲線は、ある価格以上の価格で発注する買い手の注文数の和(累積注文数)であり、

$$A_b(p) = a_b - \frac{a_b}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{p - p_0}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \quad (3)$$

となる。図9左に示すように $a_s = a_b$ の場合は価格 p_0 で取引される。しかし図9右が示すように、 $a_s \neq a_b$ の場

合は、 p_0 で取引されない。つまり、もっとも多くのファンダメンタルな投資家が予想している株価とは違う株価になる可能性があることを示している。この点が急落が行き過ぎて多くの投資家が予想している株価よりもさらに下落を引き起こすもっとも重要な点である。 $A_s(p) = A_b(p)$ より p を求めると、

$$p = p_0 + \sqrt{2\sigma^2} \operatorname{erf}^{-1}(z) \quad (4)$$

ここで、 erf^{-1} は誤差関数の逆関数、

$$z \equiv \frac{a_b - a_s}{a_b + a_s} \quad (5)$$

と定義し、 z は、

$$|z| < 1 \quad (6)$$

を必ず満たす。 z は買い手と売り手の、つまり需要と供給のバランスがどれくらい崩れているかを示す指標である。 z の絶対値が1より十分小さい場合 $\operatorname{erf}^{-1}(z)$ は級数展開でき、1次の項まで取り出すと、(2次の項はない)、

$$p = p_0 + \sqrt{\frac{\pi\sigma^2}{2}} z \quad (7)$$

つまり、 p は z に比例することが分かる。 z という需給のアンバランス指標によって、取引価格が決まる。

3.3 ファンダメンタルが急落した場合

ファンダメンタル価格が急落した場合の株価の推移を分析する。図10は p , p_0 , a_s/a_b の推移を示す。 p_0 は時刻30までは100、時刻30に90に急落させその後ずっと90とした。 a_s/a_b は時刻30まで1であるが、ファンダメンタルが急落した時刻30に急上昇し1.5となりその後徐々に低下、時刻50でもとの1に戻した。 σ は33とした。これらの条件を与えた下で、(7)をもちいて p を計算した。 $(z$ は a_s/a_b だけで決まることに注意。) 図10に示すように、ファンダメンタルが急落した時刻30において、 p は p_0 よりもさらに下落し、80に達している。その後、反発し、 p_0 と同じ90に収束した。

ファンダメンタル急落時に a_s/a_b を上昇させたのは、例えば、それを期に投資をやめ他の資産に乗り換えるための売却や、損切によってやむなく売却するなど、売却が増える要因が多いと考えられるため、これをモデル化した。しかしながら、急落時だからこそ、新しく買いたいという投資家がいることも知られている。実証分析との比較から、売却の方が大きく増えるとも考えられるが、なぜそのようになるかの理論的な検証は十分とは言えず今後の課題である。

また、出来高の推移についても課題が残る。株価急落時は出来高が大幅が増えることが知られている(参考文献)。図11は p と出来高の推移を示したものであるが、確かに上昇はしているものの極めて小幅な上昇にとどまっている。こちらも今後の課題である。

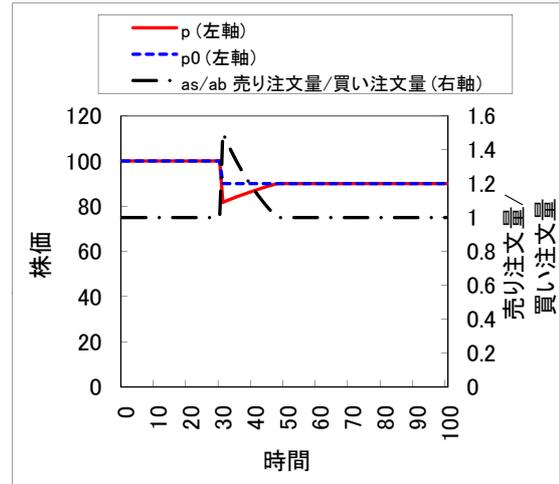


図10 ファンダメンタル急落時の理論モデルの結果。横軸は時間、縦軸は、取引株価、理論株価、および需給の歪み。

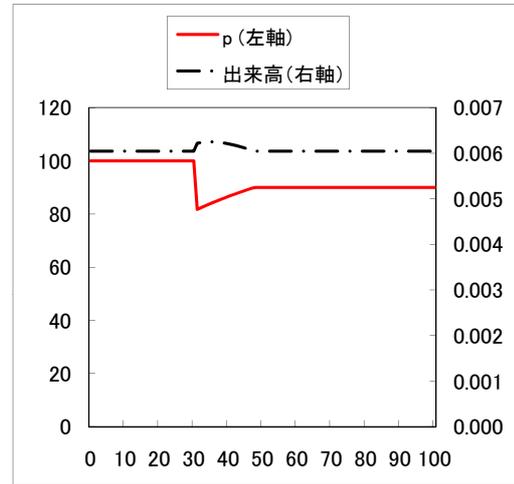


図11 ファンダメンタル急落時の理論モデルの結果。横軸は時間、縦軸は、取引株価、理論株価、および出来高。

3.4 買い手と売り手の需給がゆっくりと変化した場合

最後に、買い手と売り手の需給がゆっくりと変化した場合の株価の特性をみる。この節の分析は、株価急落と反発とは関係ない。3.2節で構築した理論モデルにおいて、 z が

$$z = \frac{a_b - a_s}{a_b + a_s} = \frac{1}{3} \cos(2\pi t) \quad (8)$$

と周期的に変動する場合を考える。ここで、 t は規格化された時間である。また、 p_0 , σ は固定である。図12は、縦軸に騰落率 (p の変化率) と騰落率の2乗の自己相関、横軸に自己相関のラグを示している。騰落率や騰落率の2乗の自己相関などのマクロ的指標は、実際の市場で特徴的な量を持っていることが知られている ([Mandelbrot 72], [Sewell 06])。このマクロ的な性質はシミュレーションの妥当性の検証によく使われる(例えば, [Martinez-Jaramillo

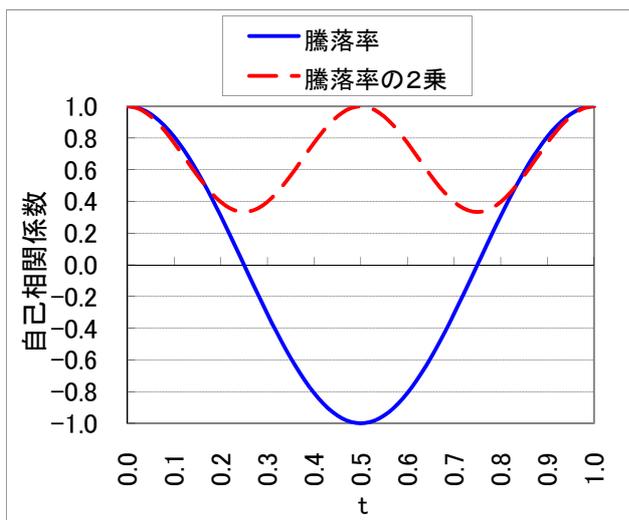


図 12 買い手と売り手の需給がゆっくりと変化した場合の理論モデルの結果。騰落率および騰落率の 2 乗の自己相関。横軸はラグ、縦軸が自己相関。

09], [Yagi 10], [八木 11b]). 実際の市場では、騰落率の自己相関は、ラグが短い領域では正に高いが、すぐに 0 に収束する。また、途中で負にもなる。一方、騰落率の 2 乗の自己相関は、騰落率のそれより長く正の値が続き、0 への収束が遅く、負にはならない。図 12 の騰落率の自己相関、騰落率の 2 乗の自己相関は、 $t < 0.3$ くらいの範囲ではこのような性質を示している。

このように、ランダムウォークでは説明できない騰落率の自己相関や、ボラティリティクラスタリングなどの性質が、本研究の理論モデルで説明できる可能性がある。このモデルはテクニカル投資家が入っておらず、ファンダメンタルな投資家だけであることは注目すべきことである。

4. まとめと今後の課題

本研究では、東証株価指数 (TOPIX) 配当込みのデータを用いて大幅な急落時に反発が多いことを実証的に示した。さらに、[八木 11a] のシミュレーション研究の結果と整合的な理論モデルの構築を行い、急落後に反発が発生する理論モデルが構築された。

市場急落時の反発が起こる理由について、オーバーリアクション仮説とは異なる、ひとつの説を示せた。それは、急落時に多くのファンダメンタルな投資家が考えている適正株価よりもさらに下落し、その後適正だと考えている株価に戻っていくからである。買いと売りの需給のアンバランスによって、板寄せ方式の価格決定では、このような現象が起こることを示した。ファンダメンタル投資家しか存在せず、しかも、(予想株価に幅があるものの) 平均的な予想株価が常に一定であったとしても、売り買いの需給に完全には一致しない場合は、急落後の反

発の存在が説明された。

さらに、ファンダメンタル投資家しか存在しないと仮定しても、効率的市場仮説では説明できない、ボラティリティクラスタリングなどの実証現象を説明できることを示した。これは本研究のモデルが、今回示した急落後の反発以外にも適応範囲が広がる可能性を示唆した。ただし、ファットテールについてはこのモデルで説明できないと考えられ、やはり順張り投資家の存在を否定するものではないと考えられる。

本研究では、シミュレーション、実証分析とも整合的な理論モデルの一例を構築できた。実証分析、理論モデル、シミュレーションの連携され、それらを比較検討しつなぎ合わせることが出来た。

板寄せ方式ではなく、注文価格のモードで株価を決めれば、上記のようなことは起きず、株価は安定し、効率的なマーケットになるように一見思える。しかし、そのようなオークション形式であれば、板の入れ方も変わってくるのが考えられ、今回の研究では議論できない領域である。板寄せ方式より効率的なオークション形式が存在するかどうかは今後の課題であり、そのような問いかけを投げることが出来たことも本研究の成果であると考えている。

◇ 参 考 文 献 ◇

- [Benou 03] Benou, G. and Richie, N.: The reversal of large stock price declines: The case of large firms, *Journal of Economics and Finance*, Vol. 27, No. 1, pp. 19-38 (2003)
- [Bremer 91] Bremer, M. and Sweeney, R.: The reversal of large stock-price decreases, *Journal of Finance*, pp. 747-754 (1991)
- [Carhart 97] Carhart, M. M.: On persistence of mutual fund performance, *Journal of Finance*, Vol. 52, No. 1, pp. 57-82 (1997)
- [Fama 70] Fama, E. F.: Efficient capital markets: A review of theory and empirical work, *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, pp. 383-417 (1970)
- [Mandelbrot 72] Mandelbrot, B.: *Statistical Methodology for Nonperiodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis*, *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 1, pp. 259-290, National Bureau of Economic Research, Inc (1972)
- [Martinez-Jaramillo 09] Martinez-Jaramillo, S. and Tsang, E. P. K.: An Heterogeneous, Endogenous and Co-evolutionary GP-based Financial Market, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 13, No. 1, pp. 33-55 (2009)
- [Sewell 06] Sewell, M.: Characterization of Financial Time Series, <http://finance.martinsewell.com/stylized-facts/> (2006)
- [Yagi 10] Yagi, I., Mizuta, T., and Izumi, K.: A Study on the Effectiveness of Short-selling Regulation using Artificial Markets, *Evolutionary and Institutional Economics Review*, Vol. 7, No. 1, pp. 113-132 (2010)
- [和泉 03] 和泉 潔: 人工市場: 市場分析の複雑系アプローチ, pp. 85-88, 森北出版 (2003)
- [八木 11a] 八木 勲, 水田 孝信, 和泉 潔: 人工市場を用いた空売り規制による株式市場の影響分析, *応用経済時系列研究会*, Vol. 28, pp. 53-62 (2011)
- [八木 11b] 八木 勲, 水田 孝信, 和泉 潔: 人工市場を利用した空売り規制が与える株式市場への影響分析, *人工知能学会論文誌*, Vol. 26, No. 1, pp. 208-216 (2011)