

# ダーク・プールが市場効率性と価格発見メカニズムに与える影響 ～人工市場モデルと数式モデルを用いたメカニズムの分析～<sup>†</sup>

水田 孝信 \*1  
Takanobu Mizuta

小杉 信太郎 \*2  
Shintaro Kosugi

楠本 拓矢 \*3  
Takuya Kusumoto

松本 渉 \*3  
Wataru Matsumoto

和泉 潔 \*4  
Kiyoshi Izumi

\*1 スパークス・アセット・マネジメント株式会社

\*2 三菱UFJモルガン・スタンレー証券株式会社 \*3 野村證券株式会社

\*4 東京大学大学院 工学系研究科

株式市場において、注文を公開せずに注文を付き合わせる、ダーク・プールという取引市場が普及してきている。ダーク・プールは市場の安定化につながると言われている一方、ダーク・プールは価格決定を行わない市場であるため、市場全体の価格発見機能が低下し、市場全体の効率性が失われるという批判もある。本研究では1つのリット市場(注文情報が公開されている通常の市場)と1つのダーク・プールが存在する人工市場モデル(マルチ・エージェント・シミュレーション)を用いて、ダーク・プールの普及が市場の効率性や発見機能にどのようなメカニズムで影響を与えるか議論を行い、さらに、シンプルな数式モデルを提案し、可能性のあるメカニズムについて議論を深めた。その結果、ダーク・プール売買数量シェアある値より小さい領域で市場は効率化し、それを超えると非効率となることが分かった。これは最適なダーク・プール売買数量シェアが存在することを示している。

SOR(smart order routing)は成行注文をリット市場からダーク・プールへ回送するため、リット市場への約定率が低下する。これにより、リット市場での指値注文は厚くなり、これらが成行注文を吸収する。そのため、市場価格はファンダメンタル価格付近にとどまり市場は効率化する。しかし、ダーク・プールに多くの買い注文が待機しすぎると、市場価格をファンダメンタル価格へ収束させる成行注文がSORによりダーク・プールへ回送されて待機注文に吸収されてしまい、市場価格はファンダメンタル価格に収束しなくなる。そのため、市場は非効率になる。

また、シンプルな数式モデルを用いてダーク・プールが市場を効率化または非効率化するメカニズムを議論した。市場が効率化するか非効率化するかは、リット市場とダーク・プールの売買数量の大小関係が、本質的に重要であることを示した。ダーク・プールでの売買数量がリット市場での売買数量を超えると市場が非効率化する恐れがあることを示した。ダーク・プールの使用量が小さい場合、大きな売り買いの不均衡があっても、価格発見機能は破壊されないことを示した。一方、ダーク・プールの使用量が大きい場合、非常に小さな売り買いの不均衡によって、ダーク・プールは価格発見機能を破壊してしまうことが示した。そして、シミュレーション結果とも比較を行い、傾向は一致していることを確認した。

## 1. はじめに

株式市場において、注文を公開せずに注文を付き合わせる、ダーク・プールという取引市場が普及してきている[清水 13]。ダーク・プールは他の投資家に自分の注文を見せる必要がないため、大量の売買を行いたい投資家が、自らの大量の売買注文によって市場価格を変動させてしまうこと(マーケット・インパクト)を避けて売買ができる。このような大口投資家による大きなマーケット・インパクトを市場にもたらすことを少なくするため、市場の安定化につながると言われている[Johnson 10]。

しかしながら、価格決定機能を持たないダーク・プールが普及すると、市場全体の価格発見機能が低下し、市場が非効率になる恐れがあるという批判もある[Ye 12]。そのため、例えば欧州では、2014年の金融商品市場指令の見直し(MiFID II)によって、ダーク・プールでの売買代金を全体の8%に制限するキャップ規制が導入された[Bowley 14]。

ダーク・プールが今以上に普及した場合、市場を効率化すかどうか、実証研究で分析することは難しい。というのも、ダーク・プールが今以上に普及したことは過去に無いうえ、価格形成にはさまざまな要因が複雑に関わっており実証研究ではダーク・プールの効果だけを取り出すことが困難だからである。通常、このような新しいタイプの市場が普及すべきかどうかは、価格形成が効率的になるかどうかで議論される。

マルチ・エージェント・シミュレーションの一種である人

工市場を用いれば、これらの新しいタイプの市場の純粋な影響を抽出できるうえ、過去にないくらい使用された場合も議論することができる[LeBaron 06, Chen 12, 和泉 12, Cristelli 14, Mizuta 16]。これが人工市場シミュレーション研究の強みである。そして、多くの人工市場シミュレーション研究が新しい規制や制度、新しいタイプの市場を分析してきた。

しかし、ダーク・プールを分析した人工市場シミュレーション研究は多くない。[Mo 13]は、ダーク・プールを人工市場で分析した研究であるが、実際の株価を参照しているなどしているため、これまで以上にダーク・プールが普及した場合など、過去にない環境がどのようになるかは分析していない。[Mizuta 15c]では、1つのリット市場(注文情報が公開されている通常の市場)と1つのダーク・プールが存在する人工市場モデルを構築し、アルゴリズム取引においてダーク・プールを使用することでマーケット・インパクトを減らせることを示した。[水田 15a]では、人工市場モデルを用いて、ダーク・プールの普及が市場を非効率にするのかどうかシミュレーションを行って分析した。そして、ダーク・プールの普及が、どのようなメカニズムで市場の効率性に影響を与えるのか議論を試みたが、メカニズムの解明には至っていない。

そこで本研究では、[水田 15a]を発展させて、ダーク・プールの普及が市場の効率性や発見機能にどのようなメカニズムで影響を与えるか議論を行う。さらに、シンプルな数式モデルを提案し、可能性のあるメカニズムについて議論を深める。

## 2. 人工市場モデル

[Chiarella 02]では、シンプルでありながら、実証分析で得られた長期間に存在する価格変動の統計的性質を再現できるエージェントモデルの構築に成功している。取引市場の選択は、

連絡先: 水田 孝信, mizutata@gmail.com

<sup>†</sup> 本稿は [Mizuta 15b] を和訳し再構成したものである。発表時のスライドはこちらで閲覧できます。  
<http://www.slideshare.net/mizutata/dark2016>

数ミリ秒、数マイクロ秒といった、高頻度に変化する注文状況を分析しながら注文を行うアルゴリズム・トレードなどで自動的に行われることが多い。そのため、取引市場の選択について分析を行うための人工市場モデルは、約定件数やキャンセル率、1ティックごとの騰落率の標準偏差など、高頻度な時間スケールでの性質（マーケット・マイクロ・ストラクチャー）を再現する必要がある。[Mizuta 15c]では、[Chiarella 02]のモデルでは再現されていなかった、これらのマーケット・マイクロ・ストラクチャーも再現した<sup>\*1</sup>。[水田 15a]では、[Mizuta 15c]で実装されていなかった新たな市場選択モデルとして、SOR(smart order routing)を実装し、市場へ重要な影響を与えるリット市場からダーク・プールへの注文回送を再現した。

本研究では[水田 15a]の人工市場モデルを用いて分析を行う。本研究の目的にはモデルがシンプルであることはとても重要である。モデル構築の基本理念は付録にて説明した。

## 2.1 注文プロセス

本モデルは1つの証券のみを取引対象とする。 $n$ 体のエージェントがあり、エージェント番号 $j = 1$ から順番に $j = 2, 3, 4, \dots$ と注文を出す。最後のエージェント $j = n$ が注文を出すと、次の時刻にはまた初めのエージェント $j = 1$ から注文を出し繰り返される。時刻 $t$ は1体のエージェントが注文を出すごとに1増える。つまり、注文をただで取引が成立しない場合も1ステップ進む。各エージェント $j$ は2.3節で述べる手順に従って、売りか買いか、注文価格 $P_{o,j}^t$ を決定する。注文数量は常に1と一定とする。また、各エージェントは資産を何単位でも買うことができ(キャッシュが無制限大)、空売りも自由に行うことができる。

## 2.2 リット市場とダーク・プール

本モデルでは、1つのリット市場(注文情報が公開されている通常の市場)と1つのダーク・プール(注文を公開せずに注文を付き合わせる市場)が存在する。

リット市場での価格決定メカニズムは、売り手と買い手の双方が価格を提示し、売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する、連続ダブルオークション方式(ザラバ方式)とした。価格の変化幅の最小単位は $\delta P$ とし、それより小さい端数は、買い注文の場合は切り捨て、売り注文の場合は切り上げる。買い(売り)注文は、注文価格より安い(高い)注文が既に存在すれば、最も安い(高い)売り(買い)注文と即座に取引が成立する。このような即座に取引が成立する注文を成行注文<sup>\*2</sup>とよぶ。即座に取引が成立する、相対する注文がなければ注文を残す。このように即座に成立せず残された注文を指値注文とよぶ。指値注文がキャンセル時間 $t_c$ だけ経過しても取引が成立しなかった場合は、キャンセルされる。

ダーク・プールの取引価格の決定方法にはさまざまな方法があるが、本研究では実際の株式市場で広く用いられている、リット市場での最も高い買い注文価格と最も安い売り注文価格の平均である伸値を取引価格とする方式を用いた [Johnson 10]。ダーク・プールへの注文では価格を指定しない。1単位の買い(売り)注文を出した場合、もし相対する売り(買い)注文がすでにあれば、即座に売買が成立する。取引価格は、リット市場の最も高い買い注文価格と最も安い売り注文価格の平均とする。相対する売り(買い)注文がない場合は、注文を残し相対する注文を待つことになる。リット市場同様に残された注文がキャンセル時間 $t_c$ だけ経過しても取引が成立しなかった

場合は、キャンセルされる。ダーク・プールでは、買いまたは売りのどちらか一方のみの注文しか残されないこととなる。

## 2.3 市場選択モデル

SOR(smart order routing)<sup>\*3</sup>による市場選択が行われる場合(SORあり)と行われない場合(SORなし)を調べた。

SORありの場合、成行注文でかつダーク・プールに該当する注文がある場合は、エージェントは必ずダーク・プールへ注文を出す。その他の場合は、SORなしの場合と同様に、エージェントは確率 $d$ でダーク・プールへ注文を出しその他の場合はリット市場へ注文を出す。一方、SORなしの場合、エージェントは確率 $d$ でダーク・プールへ注文を出しその他の場合はリット市場へ注文を出す。

実際にはダーク・プールにどのような指値注文が待機しているかは投資家には分からないが、成行注文の場合には投資家はまずダーク・プールに注文し、注文が成立しなければすぐに注文をキャンセルしてリット市場へ注文を出すということが、実際の市場では通常行われていることである。そのため、上記のSORありのモデルは妥当である。

## 2.4 エージェント

エージェントは、実際の市場の価格形成の性質を再現するために導入するものであり、stylized factや高頻度取引にかかわる統計量を再現する範囲内でなるべくシンプルなモデルとした。

エージェントは注文価格 $P_{o,j}^t$ 、売り買いの別を以下のように決める。時刻 $t$ にエージェント $j$ が予想する価格の変化率(予想リターン) $r_{e,j}^t$ は、

$$r_{e,j}^t = \frac{1}{w_{1,j} + w_{2,j} + u_j} \left( w_{1,j} \log \frac{P_f}{P^t} + w_{2,j} r_{h,j}^t + u_j \epsilon_j^t \right). \quad (1)$$

ここで、 $w_{i,j}$ は時刻 $t$ 、エージェント $j$ の $i$ 項目の重みであり、シミュレーション開始時に、それぞれ0から $w_{i,max}$ まで一様乱数で決める。 $u_j$ はエージェント $j$ の3項目の重みであり、シミュレーション開始時に0から $u_{max}$ まで一様乱数で決める。 $\log$ は自然対数である。 $P_f$ は時間によらず一定のファンダメンタル価格、 $P^t$ は時刻 $t$ での取引価格<sup>\*4</sup>、 $\epsilon_j^t$ は時刻 $t$ 、エージェント $j$ の乱数項であり、平均0、標準偏差 $\sigma_\epsilon$ の正規分布乱数である。 $r_{h,j}^t$ は時刻 $t$ にエージェント $j$ が計測した過去リターンであり、 $r_{h,j}^t = \log(P^t/P^{t-\tau_j})$ である<sup>\*5</sup>。ここで $\tau_j$ はシミュレーション開始時に1から $\tau_{max}$ までの一様乱数でエージェントごとに決める。

式(1)の第1項目はファンダメンタル価格と比較して安ければプラスの予想リターンを高めればマイナスの予想リターンを示す、ファンダメンタル価値を参照して投資判断を行うファンダメンタル投資家の成分である。第2項目は過去のリターンがプラス(マイナス)ならプラス(マイナス)の予想リターンを示す、過去の価格推移を参照して投資判断を行うテクニカル投資家の成分であり、第3項目はノイズを表している。

予想リターン $r_{e,j}^t$ より予想価格 $P_{e,j}^t$ は、

$$P_{e,j}^t = P^t \exp(r_{e,j}^t) \quad (2)$$

<sup>\*3</sup> SORはさまざまな意味で用いられる(例えば[杉原 10]に詳しい)が、本研究の定義は必ずしも一般的なSORの定義でないことに注意すべきである。

<sup>\*4</sup> 取引されなかった時刻では最も最近取引された価格であり、時刻 $t = 0$ では $P^t = P_f$ とする

<sup>\*5</sup> ただし、 $t < \tau_j$ のときは、 $r_{h,j}^t = 0$ とした。

<sup>\*1</sup> モデルのパラメータ決定の詳細は[水田 14]に書かれている。

<sup>\*2</sup> 本研究が定義する成行注文、指値注文が実務上のそれらと厳密には異なることに注意すべきである。

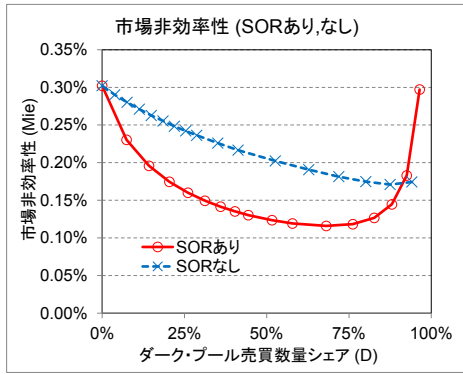


図 1: 市場非効率性  $M_{ie}$  (SOR あり, なし).

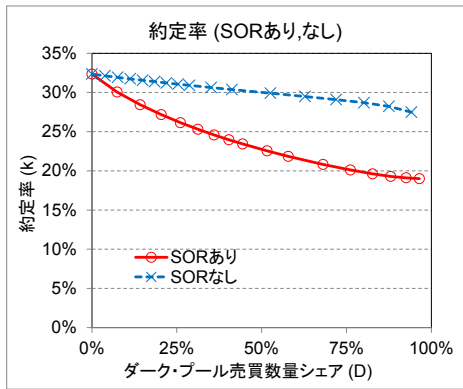


図 2: 約定率  $k$  (SOR あり, なし).

で求まる. 注文価格  $P_{o,j}^t$  は平均  $P_{e,j}^t$ , 標準偏差  $P_\sigma$  の正規分布乱数で決める. ここで,  $P_\sigma$  は定数である. そして, 売り買いの別は予想価格  $P_{e,j}^t$  と注文価格  $P_{o,j}^t$  の大小関係で決める. すなわち,

$$\begin{aligned} P_{e,j}^t > P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の買い} \\ P_{e,j}^t < P_{o,j}^t &\text{なら 1 単位の売り,} \end{aligned} \quad (3)$$

とする\*6.

### 3. シミュレーション結果

[Mizuta 15c]では, 長期間に存在する価格変動の統計的性質や高頻度な時間スケールでの性質を再現でき, ダーク・プールが市場に与える影響のメカニズムの分析に用いるのに妥当なモデルのパラメータを調べた\*7. 具体的には,  $n = 1,000$ ,  $w_{1,max} = 1$ ,  $w_{2,max} = 10$ ,  $u_{max} = 1$ ,  $\tau_{max} = 10,000$ ,  $\sigma_\epsilon = 0.06$ ,  $P_\sigma = 30$ ,  $t_c = 20,000$ ,  $\delta P = 0.1$ ,  $P_f = 10,000$  とした. またシミュレーションは時刻  $t = t_e = 10,000,000$  まで行った.

#### 3.1 市場効率性

本研究では,  $d = 0, 0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.125, 0.15, 0.175, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$  と変化させ, その他の条件を乱数表も含め全く同じにして, 各種統計値を

\*6 ただし,  $t < t_c$  のときは,  $P_f > P_{o,j}^t$  なら 1 単位の買い,  $P_f < P_{o,j}^t$  なら 1 単位の売りとする.

\*7 モデルの妥当性検証については付録で説明した.

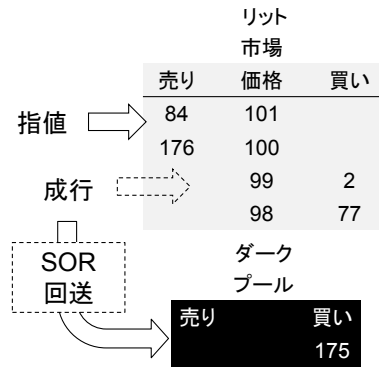


図 3: SOR の回送による約定率減少のメカニズム.

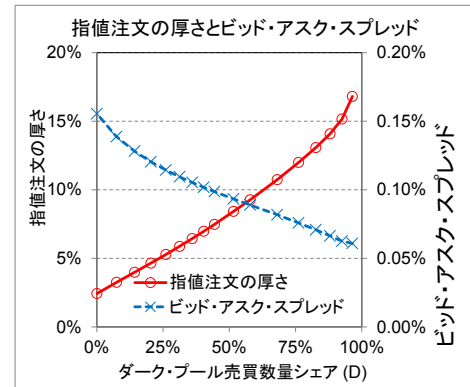


図 4: 指値注文の厚さとビッド・アスク・スプレッド.

$\delta l / \delta o$  に対して算出する. これを乱数表を変更して 100 回行い, その平均値を以後用いる.

市場の効率性を測定する指標として, 市場非効率性  $M_{ie}$ ,

$$M_{ie} = \frac{1}{t_e} \sum_{t=1}^{t_e} \frac{|P^t - P_f|}{P_f}, \quad (4)$$

を定義した\*8. ここで  $||$  は絶対値を示す.  $M_{ie}$  は 0 以上の値をとり, 0 なら完全に効率的, 大きくなればなるほど非効率であることを示す.

図 1 はダーク・プール売買数量シェア ( $D$ ) ごとの市場非効率性 ( $M_{ie}$ ) を SOR(Smart Order Routing) ありの場合と SOR なしの場合で示した. ここで  $D$  はダーク・プールへの注文確率  $d$  とは異なることに注意.  $V_D$  をダーク・プールにおける売買数量合計,  $V_L$  をリット市場でのそれとしたとき,  $D$  は  $D = V_D / (V_D + V_L)$  と定義される.  $d$  は指値注文を含めた全ての注文数量のシェアであるのに対し,  $D$  は売買が成立する成行注文のみを数え上げて計算したシェアである.

図 1 が示すように, SOR なしの場合,  $M_{ie}$  は単調に, 徐々に減少している. 一方, SOR ありの場合,  $D \lesssim 70\%$  では大きく減少し,  $D \gtrsim 70\%$  では急上昇している. これは最適な  $D$

\*8 市場の効率性を示す指標は多く提案されている ([伊藤 07, Verheyden 13]) が, 本研究で用いる市場非効率性は, 通常は観測できないファンダメンタル価格  $P_f$  を直接使用しており, 人工市場シミュレーションでしか用いることができない定義である. 人工市場シミュレーションでは  $P_f$  が明確であるため, 推定ではない理想的な市場の効率性を測定できる市場非効率性の使用が可能である.

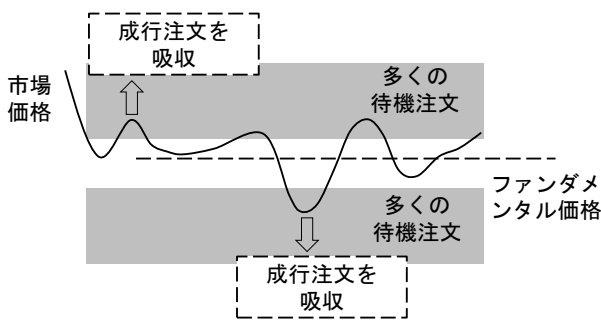


図 5: 市場効率化のメカニズム。

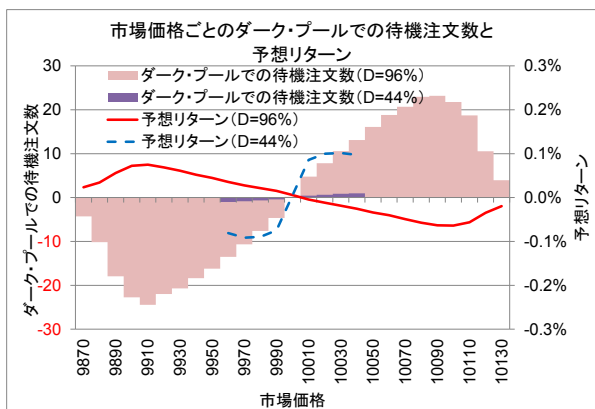


図 6: 市場価格 ( $P^t$ ) ごとのダーク・プールでの待機注文数と平均予想リターン ( $r_{e,j}^t$ )

が存在することを示している。以降、3.2 節では  $D \lesssim 70\%$  で  $M_{ie}$  が減少する理由を、3.3 節では  $D \gtrsim 70\%$  で  $M_{ie}$  が急上昇する理由を議論する。

### 3.2 最適な $D$ 未満での市場の効率化

図 2 は  $D$  ごとのリット市場の約定率 (成行注文数/(成行注文数+指値注文数)) を SOR ありとなしの場合で示した。SOR なしの場合、約定率は少しずつ減少している。一方、SOR ありの場合、もっと速く減少している。これは SOR が約定率を削減させる効果を持つことを示している。

図 3 は SOR の回送による約定率減少のメカニズムを示している。2.3 節で述べたように、ダーク・プールに対当する待機注文がある場合、SOR によって成行注文はダーク・プールへ回送される。その他の場合は、ダーク・プールへの注文確率は  $d$  である。そのため、リット市場への注文数量は、対当する待

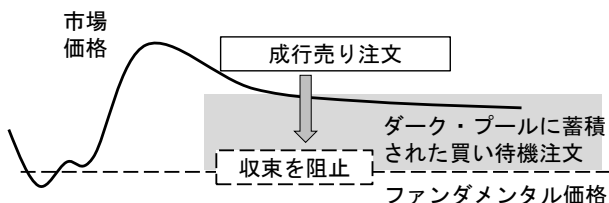


図 7: リット市場が非効率化されるメカニズム。

機注文がダーク・プールにある場合にダーク・プールへ回送される成行注文の分だけ、減少することになる。それゆえ、約定率は SOR が無い場合に比べ低くなる。

このメカニズムは、リット市場への成行注文に対する指値注文の割合を増加させる。図 4 は、SOR ありの場合の  $D$  ごとの指値注文の厚さとビッド・アスク・スプレッドを示している。ここで、指値注文の厚さは、 $(1 - 0.001) \times P^t$  (市場価格) から  $P^t$  までに存在する指値買い注文数量の平均を 1 日 (20,000 期間) の平均売買数量で割ったもの、ビッド・アスク・スプレッドは、もっとも高い買い指値注文ともっとも安い売り指値注文の価格の差をファンダメンタル価格  $P_f$  で割ったものと定義した。 $D$  が増えると、指値注文の厚さは増し、それによってビッド・アスク・スプレッドとは縮小している。

図 5 は指値注文が厚くなることによってリット市場が効率になるメカニズムを示した。まず、 $P^t$  が  $P_f$  付近だったとする。指値注文が厚い場合、 $P_f$  から離れる成行注文が出たとしても、厚い指値注文がそれらの成行注文を吸収し、 $P^t$  は  $P_f$  付近にとどまる。

図 3 と図 5 を用いて  $D \lesssim 70\%$  で  $M_{ie}$  が減少する理由をまとめる。 $D$  の増加により成行注文がダーク・プールへ回送されるため、リット市場への約定率が低下する。これにより、リット市場での指値注文は厚くなり、これらが成行注文を吸収する。そのため、市場価格はファンダメンタル価格付近にとどまることとなるのである。

### 3.3 高すぎる $D$ による市場非効率化

$D \gtrsim 70\%$  で  $M_{ie}$  が急上昇する理由を議論する。図 6 は、市場価格 ( $P^t$ ) ごとのダーク・プールでの待機注文数と平均予想リターン ( $r_{e,j}^t$ ) を、 $D = 44\%$  と  $96\%$  で SOR ありの場合を示した。待機注文数がプラスのときは買い注文、マイナスのときは売り注文であることを示す。 $D = 44\%$  のとき、ダーク・プールでの待機注文は少なく、 $P^t$  が  $P_f (= 10,000)$  より大きいときは  $r_{e,j}^t$  はプラスであり、 $P^t$  が  $P_f$  より小さいときは  $r_{e,j}^t$  はマイナスである。一方、 $D = 96\%$  のとき、ダーク・プールには多くの注文が待機しており、 $r_{e,j}^t$  の符号は  $D = 44\%$  のときと逆である。

図 7 は、リット市場が非効率化されるメカニズムを示した。いったん  $P^t$  が  $P_f$  より大きくなって離れたとき、ダーク・プールには多くの買い注文が待機しており、 $r_{e,j}^t$  はマイナスであるため、成行売り注文が多く出される。これらの成行売り注文は  $P^t$  を下落させて  $P_f$  に近づける方向ではある。しかし、ダーク・プールには多くの買い注文が待機しており、これらの成行売り注文を吸収してしまい、 $P^t$  が  $P_f$  に近づくのを妨げる。よって、 $P^t$  は  $P_f$  から離れた状態が維持されてしまい、リット市場は非効率となる。これらは、いったん  $P^t$  が  $P_f$  より小さくなって離れたときも同様である。これが、 $D \gtrsim 70\%$  で  $M_{ie}$  が急上昇する理由である。

## 4. 理論的な議論

### 4.1 シンプルな数式モデル

この節では、シンプルな数式モデルを用いてダーク・プールが市場を効率化または非効率化するメカニズムを議論する。

ここで、買い注文をだす確率を  $a$ 、SOR なしの場合でリット市場で成行注文を出す確率を  $k$ 、ダーク・プールに注文を出す確率を  $d$  とする。 $d$  は前節までの定義と同じである。明らかに、 $1 - a$  は売り注文を出す確率、 $1 - k$  はリット市場で指値注文を出す確率、 $1 - d$  はリット市場に注文を出す確率である。

表 1: 注文種類ごとの発生確率.

		リット市場 (1-d)	ダーク・プール (d)
買い (a)	成行 (k)	$ak(1-d)$	$ad/2$
	指値 (1-k)	$a(1-k)(1-d)$	$ad/2$
売り (1-a)	成行 (k)	$(1-a)k(1-d)$	$(1-a)d/2$
	指値 (1-k)	$(1-a)(1-k)(1-d)$	$(1-a)d/2$

シミュレーション結果では、ダーク・プールでの待機注文がキャンセルことはほとんどなかった。つまり、これらの注文はほとんどすべて成行注文と対当して取引が成立しており、ダーク・プールにおける指値注文と成行注文はほぼ同数であることを意味している。よって、ここではダーク・プールでの指値注文と成行注文を出す確率はいずれも  $1/2$  とした。

これらの定義から、例えばリット市場に成行買い注文が出る確率は  $ak(1-d)$  であるといった計算ができる。このような場合すべてを表 I にまとめた。

なお、表 I より  $D$  (ダーク・プール売買数量シェア) を導くことができ<sup>\*9</sup>,

$$D = \frac{d/2}{k(1-d) + d/2}. \quad (5)$$

表 I からシンプルな数式モデルを構築しシミュレーション結果と比較しながら、まずは最適な  $D$  未満での市場効率化について分析する。

#### 4.2 最適な $D$ 未満での市場効率化

まず SOR ありのときの約定率 ( $k'$ ) を考えよう。簡単のため  $a = 1/2$  とし、買いと売りの場合を合計する。すると、表 I より表 II が得られる。

SOR はリット市場への成行注文を出す確率  $k(1-d)$  を減少させる。  $k(1-d) > d/2$  のとき、つまり、リット市場の売買数量の方がダーク・プールのそれより大きい場合 ( $D < 1/2$  と厳密に同じである)、リット市場に出された成行注文で SOR によってダーク・プールへ回送される注文の数は、ダーク・プールへ出される指値注文の数で上限が決まる。つまり、SOR によってリット市場への成行注文がどれだけ減るかは、ダーク・プールへの指値注文数で決まる。ゆえに、SOR によってリット市場への成行注文が出る確率の減少量を  $ad/2$  と定義する。ここで  $\alpha$  は 0 から 1 までの定数である。よって、リット市場に成行注文が出る確率は  $k(1-d) - \alpha d/2$  となる。

一方、  $k(1-d) > d/2$  のとき、リット市場に出された成行注文で SOR によってダーク・プールへ回送される注文の数は、リット市場に出された成行注文の数自体で決まる。というのも、ダーク・プールにはそれを上回る十分な待機注文が存在するからである。ゆえに、SOR によってリット市場への成行注文が出る確率の減少量を  $\alpha k(1-d)$  と定義し、リット市場に成行注文が出る確率は  $k(1-d) - \alpha k(1-d)$  となる。

以上より、  $k(1-d) > d/2$  ( $D < 1/2$ ) のとき、式 (5) より、

$k'$  は、

$$k' = \{k(1-d) - \alpha d/2\} / (1-d) \quad (6)$$

$$= \left(1 - \alpha \frac{D}{1-D}\right) k, \quad (7)$$

$k(1-d) < d/2$  ( $D > 1/2$ ) のとき、式 (5) より、  $k'$  は、

$$k' = \{k(1-d) - \alpha k(1-d)\} / (1-d) \quad (8)$$

$$= k(1-\alpha). \quad (9)$$

これら 2 つの式は  $k(1-d) = d/2$  で同じになると考えられるので、簡単に  $\alpha = 1/3$  が得られる<sup>\*10</sup>。最終的に、

$$k' = \left(1 - \frac{1}{3} \frac{D}{1-D}\right) k \quad (D < \frac{1}{2} \text{ のとき}) \quad (10)$$

$$k' = \frac{2}{3} k \quad (D > \frac{1}{2} \text{ のとき}). \quad (11)$$

が得られる。

図 8 は、式 (10)、式 (11) から求めた約定率 ( $k'$ ) とシミュレーション結果 (図 2) から求めた約定率 (SOR ありのときの値から SOR なしのときの値を引いたもの) である。  $D = 0$  の約定率がシミュレーション結果と一致するようにゼロ点調整している。シミュレーションは SOR ありのときの値から SOR なしのときの値を引いたものを使用したのは、式 (10)、式 (11) は、SOR による約定率減少しか含んでいないため、シミュレーション結果からも SOR の効果のみを取り出したいためである。

式 (10)、式 (11) の  $k'$  は、  $D < 1/2$  のときと  $D > 1/2$  のときで傾向が大きく異なる。  $D < 1/2$  のとき、SOR によってダーク・プールへ回送される注文数は、ダーク・プールへ出される注文数で決まる。これは、ダーク・プールへの注文数が増えれば ( $D$  が増えれば)、SOR で回送される注文数も増えることを意味する。そのため、  $D$  が増えれば、  $k'$  が減少する。一方、  $D > 1/2$  の場合、SOR によってダーク・プールへ回送される注文数はリット市場への成行注文数で決まる。これは、  $D$  が増えても、SOR で回送される注文数が増えないことを意味する。ゆえに、  $D$  が増えても  $k'$  は減らない。

市場が効率化するか非効率化するかは、リット市場での成行注文数とダーク・プールでの指値注文数の大小関係、つまり、  $D > 1/2$  であるか  $D < 1/2$  であるかが、本質的に重要であることを示している。そして、最適なダーク・プールの使用量は  $D = 1/2$  であることを示唆している。

\*9 本研究のモデルではすべてのエージェントは 1 単位ずつ注文を出す。そのため、  $D$  はダーク・プールに成行注文が出される確率をリット市場またはダーク・プールに成行注文が出される確率で割ったものと、厳密に一致する。

\*10  $\alpha = 1/3$  となる理由を以下のように考えることもできる。ダーク・プールには買いの待機注文がある場合、売りがある場合、待機注文がない場合の 3 つの状態がある。その 3 つの状態が等確率で起こると仮定するならば、対当する注文が存在するのみ SOR による回送が起こるが、それら 3 つの状態のうち 1 つのみがそれである。よって、  $\alpha = 1/3$  となる



表 2: 注文種類ごとの発生確率 ( $a = 1/2$  とし売り買い合算).

	リット市場 ( $1-d$ )	ダーク・プール ( $d$ )
成行 ( $k$ )	$k(1-d)$	$d/2$
指値 ( $1-k$ )	$(1-k)(1-d)$	$d/2$

シミュレーション結果 (SOR あり-SOR なし) を数式モデルの結果と比べると,  $D < 1/2$  のとき  $k'$  が減少し,  $D > 1/2$  のとき  $k'$  が安定しているという傾向は一致している. しかし, 減少の形は異なる. 数式モデルでは上に凸であるが, シミュレーションでは下に凸であり, 安定する水準も少し異なる. これらの違いは SOR 以外の効果から来ると考えられるが, 今後の課題である.

### 4.3 高すぎる $D$ による市場非効率化

ここでは, 高すぎるダーク・プールの使用率が市場を非効率にする理由を述べる.

$D$  が  $1/2$  より十分大きく, ダーク・プールには十分多くの買い注文が待機しており, かつ, 市場価格はファンダメンタル価格より十分高い状況を考えよう. このとき, すべてのリット市場への成行売り注文が SOR によってダーク・プールへ回送される. よって表 I より, ダーク・プールへ売り注文が出る確率は,  $(1-a)d + k(1-a)(1-d)$  となる. 当然, ダーク・プールへの買い注文が出る確率は  $ad$  である. もしダーク・プールにおいて, 新たに出される買い注文数量が売り注文数量より多くなれば, すなわち,

$$ad > (1-a)d + k(1-a)(1-d), \quad (12)$$

となれば, ダーク・プールで待機している買い注文数量は減少せず, 市場価格がファンダメンタル価格に収束するのを妨げる. そのため, 式 (12) はリット市場の価格発見機能を破壊する条件であるといえる.

式 (5) を用いると, 式 (12) は

$$a > \frac{1+D}{1+3D}. \quad (13)$$

と書き換えることができる.  $a$  は買い注文を出す確率であった. 言い換えれば  $a$  は, 全注文のうち買い注文が占める割合であり,  $1-a$  は売りのそれである. それゆえ  $a$  は, 買いと売りの注文数量の不均衡を示しており,  $a = 50\%$  のときは買いと売りの注文数量が完全にバランスしている状態を,  $a = 100\%$  のときはすべての注文が買いになり売り注文が存在しない状態である. そして,  $a = (1+D)/(1+3D)$  は, 価格発見機能が破壊されるかどうかの境界を示している. なお, 売り注文が多い場合もまったく同じ議論である.

図 9 は,  $D$  ごとの  $a = (1+D)/(1+3D)$  を示している. この線の上が式 (13) を満たす領域である.  $D = 20\%$  のとき,  $a = 75\%$  である. もし, 買い注文が  $75\%$  以上を占めれば, つまり売り注文が  $25\%$  以下しかなく, 買い注文が売り注文の 3 倍以上あるという不均衡が起きれば, 価格発見機能が破壊される. このような状況は非常に大きな売り買いの不均衡と言えるので, まれにしか起きないと考えられる. よって  $D = 20\%$  のときは, 価格発見機能が破壊されることはあまりないと考えられる.

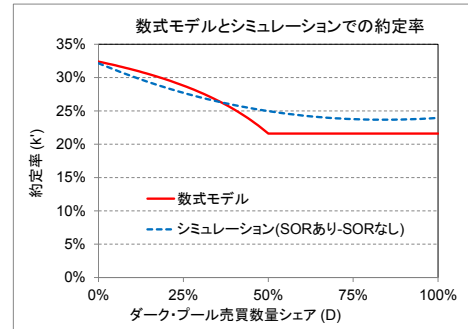


図 8: 式 (10), 式 (11) から求めた約定率 ( $k'$ ) とシミュレーション結果 (図 2) から求めた約定率 (SOR あり-SOR なし).

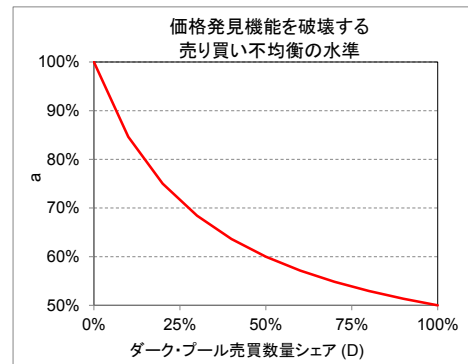


図 9: 価格発見機能を破壊する売り買い不均衡 ( $a = (1+D)/(1+3D)$ ) の水準.

一方,  $D = 90\%$  のときは,  $a = 51\%$  と非常に小さな売り買いの不均衡によって, ダーク・プールは価格発見機能を破壊してしまうことが示される.

## 5. 結論と今後の課題

本研究では, [水田 15a] を発展させて, 注文を公開せずに注文を付き合わせるダーク・プールの普及が市場の効率性や発見機能にどのようなメカニズムで影響を与えるか議論行い. さらに, シンプルな数式モデルを提案し, 可能性のあるメカニズムについて議論を深めた.

その結果, ダーク・プール売買数量シェア ( $D$ ) が  $D \lesssim 70\%$  では, 市場非効率性 ( $M_{ie}$ ) が大きく減少し,  $D \gtrsim 70\%$  では急上昇していることが分かった. これは最適な  $D$  が存在することを示している.

図 3 と図 5 を用いて  $D \lesssim 70\%$  で  $M_{ie}$  が減少する理由を示した.  $D$  の増加により成行注文がダーク・プールへ回送されるため, リット市場への約定率が低下する. これにより, リット市場での指値注文は厚くなり, これらが成行注文を吸収する. そのため, 市場価格 ( $P^t$ ) はファンダメンタル価格 ( $P_f$ ) 付近にとどまることとなるのである.

図 7 を用いて, リット市場が非効率化されるメカニズムを示した. いったん  $P^t$  が  $P_f$  より大きくなって離れたとき, ダーク・プールには多くの買い注文が待機しており, 予想リターン ( $r_{e,j}^t$ ) はマイナスであるため, 成行売り注文が多く出される. これらの成行売り注文は  $P^t$  を下落させて  $P_f$  に近づける方向

ではある。しかし、ダーク・プールには多くの買い注文が待機しており、これらの成行売り注文を吸収してしまい、 $P^t$  が  $P_f$  に近づくのを妨げる。よって、 $P^t$  は  $P_f$  から離れた状態が維持されてしまい、リット市場は非効率となる。これらは、いったん  $P^t$  が  $P_f$  より小さくなって離れたときも同様である。これが、 $D \geq 70\%$  で  $M_{ie}$  が急上昇する理由である。

また、シンプルな数式モデルを用いてダーク・プールが市場を効率化または非効率化するメカニズムを議論した。市場が効率化するか非効率化するかは、リット市場での成行注文数とダーク・プールでの指値注文数の大小関係、つまり、 $D > 1/2$  であるか  $D < 1/2$  であるかが、本質的に重要であることを示している。そして、最適なダーク・プールの使用量は  $D = 1/2$  であることを示唆している。つまり、ダーク・プールでの売買数量がリット市場での売買数量を超えると市場が非効率化する恐れがあることを示した。そして、シミュレーション結果とも比較を行い、傾向は一致していることを確認した。

さらに、格発見機能が破壊される売り買いの不均衡の境界を導いた。 $D$  が小さい場合、例えば  $D = 20\%$  のとき、 $a = 75\%$  である。もし、買い注文が  $75\%$  以上を占めれば、つまり売り注文が  $25\%$  以下しかなく、買い注文が売り注文の 3 倍以上あるという不均衡が起きれば、価格発見機能が破壊される。このような状況は非常に大きな売り買いの不均衡と言えるので、まれにしか起きないと考えられる。よって  $D = 20\%$  のときは、価格発見機能が破壊されることはあまりないと考えられる。一方、 $D$  が大きい場合、例えば  $D = 90\%$  のときは、 $a = 51\%$  と非常に小さな売り買いの不均衡によって、ダーク・プールは価格発見機能を破壊してしまうことが示される。

今後の課題は、ダーク・プールの普及のしすぎの水準をさらに精緻にすることである。欧州では、2014 年の金融商品市場指令の見直し (MiFID II) によって、ダーク・プールでの売買代金を全体の  $8\%$  に制限するキャップ規制が導入された ([Bowley 14]) が、規定した  $8\%$  という水準が適切であるかどうかを議論するためには、さらに精緻な分析が必要である。

もうひとつの今後の課題は、本研究のシミュレーション結果と実証分析の比較である。確かに、実際の市場ではファンダメンタル価格が分からないため、 $M_{ie}$  は計測できない。一方で、各銘柄のリット市場での約定率、指値注文の厚さ、ビッド・アスク・スプレッドの実際の市場での値は計測できる。さらに、各種統計量から各銘柄の  $D$  を推計することができる。 $D$  は銘柄ごとに異なる。そのため、異なる  $D$  および約定率などをもつ各銘柄をプロットすることにより図 2・図 4 のような図を実際の市場のデータから作成可能である。それらと、本研究の図 2・図 4 と比較することにより、シミュレーション結果と実証分析の比較が可能である。

売り買いの不均衡も実際のリット市場のデータから観測可能である。これと、本研究の図 10 を使えば、実際の市場ではどのくらいの  $D$  で、価格発見機能が破壊されるかを議論することができる。

既に述べたように、人工市場シミュレーションはその導入の純粋な効果を見ることができるよう、過去に導入されたことがないものも分析することができる。ただその効果は確実な予想ではない。さまざまなケースでのシミュレーションを行い、これまで予想されていなかった、“あり得る”メカニズムでの現象を見つけておくことが、人工市場シミュレーションの大きな役割であり、人工市場シミュレーションの限界である。そのため、さらなる詳細な議論では、実証分析など他の手法の結果と比較検討する必要がある。

## 付録

### モデル構築の基本理念

マルチ・エージェント・シミュレーションの一種である人工市場を用いれば、これらの新しいタイプの市場の純粋な影響を抽出できるうえ、過去にないくらい使用された場合も議論することができる。これが人工市場シミュレーション研究の強みである [Mizuta 16]。

ただその効果は確実な予想ではない。さまざまなケースでのシミュレーションを行い、これまで予想されていなかった、“あり得る”メカニズムでの現象を見つけておくことが、人工市場シミュレーションの大きな役割となる。金融市場でこれから実際におこる現象を定量的にも忠実に再現することが目的ではなく、これらの新しいタイプの市場がどのようなメカニズムで価格形成に影響を与え、どのようなことが起こり得るのかという知識獲得が目的である。これは例えば実証分析など他の手法ではできないことである。

人工市場モデルは普遍的に存在するマクロ現象を再現すべきであると考えられる。人工市場シミュレーションでは、マクロ現象である市場価格の騰落率や売買数量をモデル化しない。あくまで、投資家を模した“エージェント”と取引所を模した“価格決定メカニズム”といったマイクロメカニズムをモデル化し、そのマイクロメカニズムの相互作用の積み上げとしてマクロ現象が出力される。そのため、マイクロメカニズムのモデル化は現実の市場に即したものとし、結果として出力されるマクロ現象は、現実の市場で普遍的に存在するマクロ的性質を再現されるように作る必要がある。

しかし、普遍的ではなく特定の時期や資産、地域で出現するマクロ的性質すべてを再現することは本研究の目的ではない。必要以上に多くのマクロ的性質を一つのモデルで再現しようとすると、過剰に複雑なモデルをもたらす、関連する要素が多くなりすぎて、発生メカニズムの理解を妨げてしまう。

実際、複雑な人工市場モデルに対して、モデルが複雑になるとパラメータが増えモデルの評価が困難になるという批判がある [Chen 12]。モデルが複雑すぎると関連する要素が多くなりすぎて、発生メカニズムの理解を妨げてしまう。また、パラメータが増えるほどさまざまな出力がだせるようになり、モデルを作った人が導きたい結果へ恣意的に導くためのパラメータ設定が行われる恐れがある。シンプルでパラメータが少ないモデルほど、パラメータ調整によって特定の結果に導くことが困難であるため評価が容易となる。

以上より、本研究では、分析目的を果たせる範囲内であるべくシンプルなモデルの構築を行っている。実際の市場を完全に再現することを目的としておらず、普遍的ではなく特定の時期や資産、地域で出現するマクロ的性質すべてを再現することや、実際には存在するであろう投資家をすべて網羅することはあえて行っていない。

### モデルの妥当性検証

人工市場モデルの妥当性は実証分析で得られている fat-tail や volatility-clustering といった代表的な stylized fact が再現できるかどうかで評価される [LeBaron 06, Chen 12, 和泉 12, Cristelli 14, Mizuta 16]。ファット・テールは、市場価格の騰落率の分布が正規分布ではなく裾が厚い、すなわち、尖度が正であることである。ボラティリティ・クラスターリングは市場価格の騰落率の 2 乗が、大きなラグでも自己相関係数が有意に正であることである。

[Sewell 06] など多くの研究で述べられているように、金融市場は不安定であり、安定的に、どのような時期にも有意に観

表 3: リット市場のみの場合の各種統計量.

取引	約定率	32.3%	
	キャンセル率	26.1%	
	注文件数 / 1 日	6467	
標準 偏差	1 ティック	0.0512%	
	1 日 (20000 期間)	0.562%	
		尖度	1.42
		ラグ	
二乗リターンの 自己相関係数	1	0.225	
	2	0.138	
	3	0.106	
	4	0.087	
	5	0.075	

測されるスタイライズド・ファクトはファット・テールとボラティリティ・クラスタリングの 2 つしかない。

しかも、これらは統計量の有意に正であることだけが安定して観測され、値そのものは、時期によって異なる。ファット・テールについては、実証分析でよく観測される騰落率の分布の尖度は 1 ~ 100 程度であり、ボラティリティ・クラスタリングについては、実証分析でよく観測される騰落率の自己相関は 0.01 ~ 0.2 程度と、かなりばらつきがある [Sewell 06]。

本研究のように、金融市場に共通する性質を分析対象とする人工市場が再現すべきは、これらの統計量が有意に正であり、問題ない範囲に値が収まっていることであって、特定の値に近づけることは本質的ではない。

表 3 は、リット市場のみのときの統計量を示した。統計量は 100 回の試行の平均値を用いている。概ね  $t = 20,000$  期間で実際の市場での 1 営業日の約定 (売買成立) 件数に達するため、この期間を 1 営業日と定義した。約定率、キャンセル率ともにいずれのティックサイズにおいても実際の市場の値に近い値を得ており、モデルの妥当性を示唆している<sup>\*11</sup>。1 日 (20,000 期間) ごとの騰落率の標準偏差<sup>\*12</sup>も、概ね実際の市場に近い値が得られ、この側面からもモデルの妥当性を示唆している。

表 3 は、10 期間ごと<sup>\*13</sup>の騰落率を用いて計算した尖度と騰落率の 2 乗の自己相関も示している。騰落率の尖度がプラスで、実証分析でよく観測される 1 ~ 100 程度の範囲に収まっている。ゆえに、ファット・テールが再現されている。また、騰落率の 2 乗の自己相関もラグがあってもプラスで実証分析でよく観測される 0.01 ~ 0.2 程度に収まっている。ゆえに、ボラティリティ・クラスタリングが再現されていると考えられる。

以上により、本研究のモデルが、約定件数やキャンセル率、1 日の騰落率の標準偏差など短期のマイクロ・ストラクチャーの性質および、長期に観測される価格変動の統計的な性質も再現していることが示された。それゆえ、本研究の目的である、ダーク・プールが与える影響の分析を行うのに妥当なモデルであることが示された。

\*11 約定率 = 約定件数/注文件数, キャンセル率 = キャンセル件数/(注文件数+キャンセル件数)。

\*12 本研究のシミュレーションではオーバーナイトが存在しないので、ここでの 1 日ごとの騰落率の標準偏差は、実際の市場のイントラデイのボラティリティに相当する。

\*13 本モデルの時刻は注文をただで取引が成立しない場合も時刻が進むため、時刻 1 ごとの全ての価格を用いたスタイライズド・ファクトは多くの価格変動が無いデータによりバイアスがかかってしまうため、10 ステップ間隔での測定とした。

## 留意事項と謝辞

本論文はスパークス・アセット・マネジメント株式会社、三菱 UFJ モルガン・スタンレー証券株式会社および野村證券株式会社の公式見解を表すものではありません。すべては個人的見解であります。野村證券株式会社エグゼクティブ・サービス部より実務上の観点から多くの有益な助言をいただきました。ここに感謝の意を表します。本研究の一部は、JST、CREST および JSPS 科研費 15H02745 の助成を受けたものです。

## 参考文献

- [Bowley 14] Bowley, A.: Agreement of MiFID II Reforms, Instinet incorporated (2014)
- [Chen 12] Chen, S.-H., Chang, C.-L., and Du, Y.-R.: Agent-based economic models and econometrics, *Knowledge Engineering Review*, Vol. 27, No. 2, pp. 187–219 (2012)
- [Chiarella 02] Chiarella, C. and Iori, G.: A simulation analysis of the microstructure of double auction markets, *Quantitative Finance*, Vol. 2, No. 5, pp. 346–353 (2002)
- [Cristelli 14] Cristelli, M.: *Complexity in Financial Markets, Modeling Psychological Behavior in Agent-Based Models and Order Book Models*, Springer (2014)
- [伊藤 07] 伊藤 幹夫, 杉山 俊輔: 市場効率性の時変構造, in *KEIO ECONOMIC SOCIETY DISCUSSION PAPER*, No. 5, 慶応義塾大学 (2007)
- [和泉 12] 和泉 潔: 第 3 章 金融市場 – 人工市場の観点から, 杉原 正顕 (編), 計算と社会 (岩波講座 計算科学 第 6 巻), 岩波書店 (2012)
- [Johnson 10] Johnson, B.: *Algorithmic Trading & DMA: An introduction to direct access trading strategies*, 4Myeloma Press (2010)
- [LeBaron 06] LeBaron, B.: Agent-based computational finance, *Handbook of computational economics*, Vol. 2, pp. 1187–1233 (2006)
- [水田 14] 水田 孝信: 人工市場シミュレーションを用いた金融市場の規制・制度の分析, 博士論文, 東京大学大学院工学系研究科 (2014), [http://www.geocities.jp/mizuta\\_ta/jphd.htm](http://www.geocities.jp/mizuta_ta/jphd.htm)
- [水田 15a] 水田 孝信, 小杉 信太郎, 楠本 拓矢, 松本 渉, 和泉 潔: 人工市場シミュレーションを用いたダーク・プールによる市場効率化の分析, 第 14 回金融情報学研究会, Vol. 14, (2015), <http://sigfin.org/SIG-FIN-014-02/>
- [Mizuta 15b] Mizuta, T., Kosugi, S., Kusumoto, T., Matsumoto, W., and Izumi, K.: Effects of Dark Pools on Financial Markets' Efficiency and Price-Discovery Function: An Investigation by Multi-Agent Simulations, *Evolutionary and Institutional Economics Review*, Vol. 12, Issue 2, pp. 375–394 (2015), <http://dx.doi.org/10.1007/s40844-015-0020-3>
- [Mizuta 15c] Mizuta, T., Kosugi, S., Kusumoto, T., Matsumoto, W., Izumi, K., Yagi, I., and Yoshimura, S.: Effects of Price Regulations and Dark Pools on Financial Market Stability: An Investigation by Multiagent Simulations, *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, (2015), <http://dx.doi.org/10.1002/isaf.1374>
- [Mizuta 16] Mizuta, T.: A Review of Recent Artificial Market Simulation Studies for Financial Market Regulations And/Or Rules, *SSRN Working Paper Series* (2016), <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2710495>
- [Mo 13] Mo, S. Y. K. and Yang, M. P. S. Y.: A Study of Dark Pool Trading using an Agent-based Model, in *Computational Intelligence for Financial Engineering Economics (CIFER)*, 2013 *IEEE Symposium Series on Computational Intelligence on*, pp. 19–26 (2013)
- [Sewell 06] Sewell, M.: Characterization of Financial Time Series (2006), <http://finance.martinsewell.com/stylized-facts/>
- [清水 13] 清水 葉子: HFT, PTS, ダークプールの諸外国における動向～欧米での証券市場間の競争や技術革新に関する考察～, 金融庁金融研究センター ディスカッションペーパー (2013)
- [杉原 10] 杉原 慶彦: 取引コストの削減を巡る市場参加者の取組み: アルゴリズム取引と代替市場の活用, 日本銀行金融研究所 ディスカッション・ペーパー・シリーズ, No. J-26 (2010)
- [Verheyden 13] Verheyden, T., De Moor, L., and Bossche, Van den F.: A Tale of Market Efficiency, *Review of Business and Economic Literature*, Vol. 58, No. 2, pp. 140–158 (2013)
- [Ye 12] Ye, M.: Price manipulation, price discovery and transaction costs in the crossing network, *Price Discovery and Transaction Costs in the Crossing Network (March 14, 2012)* (2012)