

# バックテストに代わるクオンツ戦略の新しい検証方法

A New verification method of quant strategies alternative to back testing

野村 至紀

Yoshinori Nomura

シンプレクス・アセット・マネジメント株式会社  
Simplex Asset Management Co., Ltd.

**Keywords:** Back Test, Quant Strategy, Time Series Analysis, Prediction of Stock Price, Forward Test, Millennium Test, Artificial Intelligence, Artificial Market, Market Simulation

**Abstract:** This article introduces a new verification method of quant model strategies as an alternative to back testing. New quant strategies will always suffer from a “chicken and egg” problem, finding initial investors who are afraid of the phenomenon that the new strategy, with good looking back test results, will sometimes fail in real investment; “betrayal of the back test”. This article proposes a concept of “forward test” and “millennium test” as new tools to avoid the “betrayal of the back test” and to evaluate the forecasting capability of the new quant model. It also discusses a real application of the forward test and millennium test under the new quant strategy, displaying the strategy’s capability to forecast and generate positive returns over time.

## はじめに

人工能をはじめとする計算機技術の進化及びデータの可用性の拡大により、近年は世界で様々な新しい投資戦略が提案されており今後更にその数は増加する。そうした投資戦略の中には例えば人工能に関する技術を用いることで独自の収益機会を追求するなど、既存の投資戦略との差別化を図る試みがなされている。こうした新しい投資戦略を用いた投資商品を組成しようとする際に最初に起きる問題は運用資金集めである。

通常、こうした新しい投資戦略の顧客はプロの機関投資家である。だが他人の資金を運用する責任を付託された機関投資家は「新しい投資戦略」というだけではその新しい投資商品に投資することは出来ない。機関投資家としての責任を全うするために十分に信頼に値する投資戦略であることを入念に調査した上で投資の意思決定を行う。この際、重視される項目の一つがトラックレコードと呼ばれる過去の運用成果（パフォーマンス）の実績である。

しかし、新しい投資戦略の場合には当然ながら実績が存在しない。このため、過去数年間にわたり遡って仮に一定の投資方針で運用を行なったと仮定した場合のシミュレーションを行うことがある。このシミュレーションを通常バックテストと呼ぶ。バックテストには実際の運用成果ではないことに伴うい

くつかの問題が含まれている場合があるがその最も深刻な問題の一つは「バックテストの結果は良好だったが、実際の運用を行なったら良好ではなかった」という現象である。そしてこれは特殊で稀な現象というよりは、比較的多くの機関投資家が過去に経験もしくは聞いたことがある現象である。この問題を本稿では「バックテストの裏切り」と呼ぶ。

実務的には機関投資家は「バックテストの裏切り」を恐れて誰か他の投資家が投資して期待通りの投資成果が得られることを確認した上でなければその新しい投資戦略に投資出来ないと考える傾向がある。これは典型的な「鶏と卵」の問題であり、結果的に新しく魅力的な投資戦略が提案されても最初の投資家がいなかったために実績としてのトラックレコードを積上げることが出来ず、新しい投資戦略は日の目を見ることが出来ず、ひいては顧客たる投資家は新しい収益機会を享受することが出来なくなってしまう。

本稿では、「バックテストの裏切り」を解決すると考えられる手法を提案し、実行可能な投資戦略の数理モデルの事例を用いて評価を行なった。

## バックテストの裏切りの原因仮説

「バックテストの裏切り」には2種類ある。①モデルには予測力が無く実際にもワークしない場合と②モデルには予測力があつたが実際にはワークしなくなる場合である。前者は分析アプローチに問題が

あるため分析結果が意図と異なるか、分析アプローチは良くても分析結果の解釈に問題がある場合である。後者は分析や解釈に問題が無くても分析結果の前提が変わってしまったため実際には分析結果が有効ではなくなる場合である。

## 仮説① 過去の説明力 ≠ 将来の予測力

用いたモデルが過去の市場の現象をうまく説明出来たととして、それは将来の市場の価格形成を効果的に予測することが出来るだろうか。

少なくとも「あるモデルが将来を効果的に予測できるためには過去に起きた事象をうまく説明できないといけない」が、逆は一般には成立しない。

例えば、250日移動平均線が相場の上昇や下落のタイミングを上手く説明しているチャート分析があったとする。しかし、それをもって250日移動平均線が長期安定的に将来を効果的に予測できるはずだとは言えない。

またマルチファクター・モデルという株式や債券などのリターンの形成要因を、複数の要因（ファクター）に分解して表す統計モデルがある。複数のファクターを用いることでリターンやリスクを分解することができ、各々のファクターがリターンにどの程度影響を与えたか、リターン要因分析を行うことができる。最も基本的なのはファーマー・フレンチの3ファクター・モデル [1]であらう。

$$r_{i,t} = \alpha_i + \beta_{M,i}r_{M,t} + \beta_{SMB,i}SMB_t + \beta_{HML,i}HML_t$$

ここで $r_{i,t}$ はi番目の株式の時刻tにおける期待超過収益率、 $r_{M,t}$ は株式市場のリスクファクター、 $SMB_t$ は小型株ポートフォリオのリターンから大型株ポートフォリオのリターンを引いた時価総額に対するリスクファクター、 $HML_t$ は簿価/株価比率の高いポートフォリオから低いポートフォリオのリターンを引いたバリュエーションに対するリスクファクターであり、それらのファクターの係数 $\beta$ はそれぞれのファクターに対する各株式固有の感応度である。ファーマとフレンチは、このような定式化がCAPMのフレームワークで予想される収益率を継続的に上回るパフォーマンスとなることを示した [2]。マルチファクター・モデルはこの3ファクター・モデルをより多くのファクターに拡大したモデルである。

この分析方法は一つの時間断面を固定した分析（クロスセクション）であり物理的因果関係を表してはいない。左辺のリターン要因を右辺に分類しているが、右辺の要素が原因でその結果ひき起こされた現象が左辺のリターンではない。ある時点で起きた事象の原因は、その時点より前の時点で発生した事象でなければならない（因果律）。これは学術的には当たり前なので議論の対象にはならないが、

実務的には混同されうる危険がある。

実務におけるモデル作成においては、最初から良い結果になることは無いため多くの試行錯誤を繰り返す。例えば「この年の1月のファクターリターンが上手くいかないから、なんとかそれを回避する方法は無いか」、「気づいたらこの期間はずっとこういう銘柄がアウトパフォームしているから、それを選択できる自然なファクターは無いか」という答え合わせ的な発想になる。その様にして作成したロジックは、バックテストの期間で有効なファクターが選択されていることが分かっているので当該期間に最適化してリターンが良く見えることは間違いない。そのファクター選択にたまたま将来にわたる普遍性も備わっていれば良いが、一般にその保証は無い。

この混同がなされた結果、独自に構築したモデルが「一定のファクターの組合せ方を採用する場合に高い超過収益率を実現できた」という統計事実が発見された時に、「一定のファクターの組合せ方」が上手だから「高い超過収益率を実現できた」という読み替えを暗黙に行ってしまう危険がある。正しくは「高い超過収益率の要因を分解すると、その一定期間では●●のファクターが効いていた」と言っているに過ぎない。その場合には、当該一定期間を過ぎてしまうと有効だと思った手法が有効ではなくなり「バックテストの裏切り」が起きる可能性がある。

## 仮説② 過学習

過学習は学習用データに含まれるが本来学習させたくない情報までモデルが学習してしまう結果、モデルに説明力があるように見えるが実は意味が無く、予測力等の期待した成果が得られない問題をいう。

過学習が起きる原因は①モデルの媒介変数同士に相関がある場合（多重共線性）、②モデルの自由度が大きすぎる場合（オーバーフィッティング）、③モデルの媒介変数と誤差項に強い相関がある場合（内生性）、④モデルの入力変数に内在するランダムネスが強すぎる場合（「ランダムウォーカーの罠」と呼ぶ）等がある。

多重共線性は、似たような統計的意味を持った説明変数（相関の高いファクター群など）を複数用いると説明精度を説明変数同士が食い合いおかしな結果を生む現象であり非線形なモデルでも同様な問題は起きる。

オーバーフィッティングに関する典型例は、時系列を多項式で外挿した際に、多項式の次数を上げるとより当てはまりが良くなる現象である。説明力はあるように見えても、大抵の場合予測力は無い。

内生性 [3]は計量経済学の用語である。例えば3ファクター・モデルでは企業の決算発表タイミング

の情報がモデルに陽に含まれておらず誤差として扱われているが、決算発表日が集中して相場が大きく動いた場合に、リターンと誤差項に強い相関が生じる [4]<sup>1</sup>。この際、重回帰分析を行うと3つのファクターにリターンを説明させようとするが当該3ファクターには決算日効果は無いため、決算日発表のあった企業の外れ値がモデル全体で強い影響力を發揮してしまい、結果の推定値は仮に良く説明しているように見えてもあまり意味が無い結果となる。

ランダムウォーカーの罫は本稿だけの用語だが、説明変数に強いランダムネスが含まれている場合に説明変数の本来の意味ではなくランダムネスが被説明変数を説明してしまう現象である。「それは統計的検定をするから大丈夫」と安易に考えると危険なことがあることを簡単な数値実験の例で示す。

独立にランダムウォークする変数 $x_n(t)$ が10個あるとしよう。

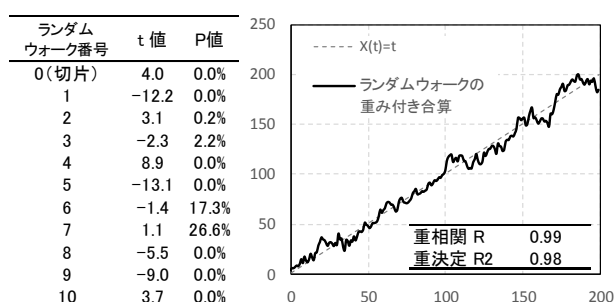
$$x_n(t+1) = x_n(t) + \varepsilon_n(t) \quad (n = 1, \dots, 10, \quad x_n(0) = 0) \quad (1)$$

ここで $\varepsilon_n(t)$ がランダムウォークを生み出す乱数項で±1.0の範囲の実数をとる。この10個を説明変数として、時間に正比例する時系列 $X(t)$ を被説明変数として重回帰分析を行う。

$$X(t) = t, \quad (t = 0, \dots, 200) \quad (2)$$

この結果(図表1)のとおり、 $X(t)$ をランダムウォーク $x_n(t)$ の重み付き合算で近似する。結果はランダムウォークの重み付き合算が良く直線を近似している様に見えてしまう。重決定係数は0.98、 $t$ 値の絶対値の多くは2を超えP値も最大で26.6%で多くが1%を下回る。

図表 1:ランダムウォークによる重回帰結果



当然ながらランダムウォークの重み付き合算は、 $200 < t$ でこのまま $X(t)$ と伴に直線的に上昇するはずが無くランダムウォークとなる。すなわち「バックテストの裏切り」が起きる。例えば、ランダムに歩くゾンビを10体鎖でつないで歩かせたら力が釣合ってまっすぐ歩いているように見えても安心してはいけない。いきなり方向転換してあなたを襲うかも

知れない。

このようにランダムネスが強い変数を説明変数に用いる場合には注意を要する。特に金融・経済統計に用いられる説明変数の多くは非常に強いランダムネスを含んだデータが多く、分析者が良いリターンとなる結果を求めて「ファクターを増やして説明力が向上したら意味があるのではないかと考えてしまう危険がある。

過学習問題に対する単純で効果的な処方箋としてモデルで用いる媒介変数(乱数の源)の数を出来る限り減らして意味のある関係だけを残す方法がある。数物理学の分野では変数を減らすアプローチが多いがモデルがシンプル過ぎて現実の説明力が低い課題がある。一方、人工知能の分野では変数を減らさずに別の方法が取られるが説明力があっても変数の関係が理解出来ないほど複雑化する傾向がある。

### 仮説③ 市場環境の変化に適応出来ない

市場環境は常に変化し続けるためバックテストの対象期間を10年超など長期間で行うことで様々な市場環境の変化をモデルに織り込ませるのが普通である。しかし、市場の動きは確率的には100年に一度と言われるような事象でも起きることがあり、そうした事象が起きた場合にはその後長期にわたってこれまでとは異なる環境が継続することがある。

このようにバックテストが前提としていた市場環境と大きく異なる環境が継続する場合にはモデルがワークしない可能性がある。

通常のコオントラクト戦略の場合には、このような事象が起きて運用しているファンドの基準価額が芳しくない状況が継続していることが確認された場合には(例えば、数ヶ月のモニタリング期間を経ても改善が見られない場合には)モデルの改良が試みられる。アナリストが改めて膨大な時間を投入してバックテストを繰り返しそうしたテストの中から最も良いと考えられるモデルを選択する。通常、このプロセスにも数ヶ月を要する。新しいモデルへの変更についての社内承認を経て、場合によってはその変更方針を顧客である機関投資家に事前説明を行い了承されたから新モデルを導入することとなる。

この結果、旧モデルがワークしなくなってから新モデルが導入されるまで数ヶ月を要する。この間にパフォーマンスがおおいに毀損してしまっているか、場合によってはまた別の市場環境が変わってしまっている可能性もある。結果的に新モデルを導入しても期待通りの結果が出ない可能性がある。

この問題への処方箋としては、優秀な人間のファ

<sup>1</sup> リターンの外れ値と誤差の外れ値が相関係数を極端に押し上げる。

ンドマネージャーが行なっているように市場環境の変化に対して迅速に適応して「バックテストの裏切り」を回避することが重要であると考えられる。

## フォワードテストの提案

ここでは「バックテストの裏切り」が起きにくくすることで新しい投資戦略に実トラックレコードがなくても一定の評価が可能となるフォワードテストという方法を紹介する。考え方自体は Pardo<sup>2</sup>によって最初に議論されたが [5], コンピュータが自動的に過去を学習して将来を予測する仕組みが実現している場合に力を発揮するため実行するハードルが高く現在でもあまりメジャーな地位を得ていない。また Pardo は Walk Forward Optimization と呼んでいるが本稿では単にフォワードテストと言う。

## フォワードテストの考え方

フォワードテストとは、過去の市場の情報をコンピュータが読み込んでなんらかの方法でプログラムの内部変数を直近の市場環境に適応（学習）させた上で、コンピュータが将来予測を行い具体的なトレードを指示し、その指示によってトレードが執行されることで日々の損益が確定する仕組みである。この損益を累積して得られた長期的なパフォーマンスは、純粋にモデルの予測力のみによって実現しているため直接モデルの予測力を評価できる（図表 2）。

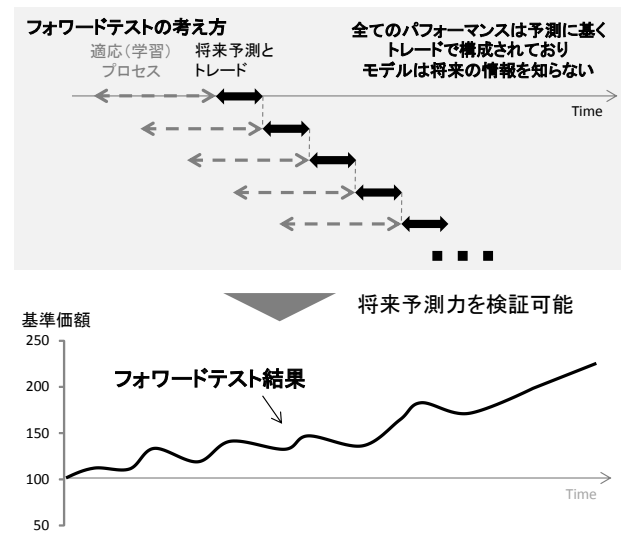
マルチファクター・モデルのようなモデルを構築する際にあるファクターが一定期間継続的にアウトパフォームしていたことを知った上で、その期間にそのファクターをオーバーウェイトするような手続を含めることはフォワードテストではできない。

フォワードテストは「バックテストの裏切り」の原因仮説を排除することができる。仮説①については、全てのモデルの内部変数は予測時点より過去の情報によって決定されるため、過去の説明力を将来の予測力と混同することが無い。仮説②については、過学習にはまっていればフォワードテストの結果は長期安定的に予測力が発揮できないことで確認される。仮説③については、市場環境の変化に対しても人間のファンドマネージャーのように随時適応し続けるため、モデルの市場環境の変化への適応能力を検証できる。

こうしてみると、予測力のみで日々の損益が確定しているという点においては、取引コストやマーケットインパクトを無視すれば現実のトラックレコー

ドと論理的に区別することは出来ない。

図表 2:フォワードテストの概念図



また、フォワードテストに耐えうる高度なモデルの場合には、中身がブラックボックスになって投資戦略の詳細を理解し難い場合もあるが、仮に詳細まで理解出来なくともフォワードテストによりモデルの予測力を直接評価することが出来る。

それでも「フォワードテストの結果が良かったモデルだけを持ってきただけで後付けだから、モデルが将来ワークするか分からない」という指摘は正しい。論理的にはこれは「良好な実トラックレコードのあるファンドマネージャーを見つけてきただけで後付けだから、そのファンドマネージャーが将来ワークするか分からない」という主張とあまり区別がない。これは多少変わったチューリングテスト<sup>3</sup>として考えてみると哲学的には面白いかも知れないが、むしろ機械は計算間違いをしない分人間より優れているとも言える。

フォワードテストの結果が信用出来ない場合として現実には考えられるのはフォワードテストが正しく実行されない場合である。例えばモデルのパラメータに予想時点より将来の情報を分析者が知った上で手を加えた場合は当然不適当な結果となる。こうした問題が懸念される場合には、異なる市場環境でもモデルが想定どおりにワークするかをテストする必要がある。その考え方を次に示す。

## ミレニアムテスト

人間のアクティブマネージャーでも 10 年のトラックレコードがあれば十分に 20~30 年となれば相

<sup>2</sup> Pardo はフォワードテストを売買シグナルモデルの頑強性を確認する程度のツールと考えておりモデルの予測力を評価するという発想とは多少異なるようだ。Pardo は自身で開発した Walk Forward Optimization のソフトを販売しており投資家がソフトに組み込まれた様々な投資戦略で自身のモデルを試行錯誤出来るようにした。Pardo は自身のツールを使っても十分な予測力があるモデルはそう簡単には出来ないことを経験

していたため予測力ではなく頑強性の評価ツールと位置づけたのかも知れない。

<sup>3</sup> チューリングテスト：ある機械が人間と区別できないほど知的かを判定するテスト。機械はミスしないが人間はミスするため、機械はチューリングテストに不合格になるという主張もある。

当なベテランという評価だろう。それでも高々数十年の経験ではあらゆる金融環境を経験したとは言えない。東京証券取引所の前身であった東京株式取引所は 1878 年 6 月 1 日が初立会い<sup>4</sup>であり 1 世紀程度の歴史があるが逆に言えば高々 1 世紀のオーダーしかない。コンピュータであればそうした時間の制約条件は相当程度取り払うことが出来る。

乱数等を用いて人工的に仮想的な市場環境を作り出して 10 年を 1 セットで 100 回、即ち 1,000 年分のフォワードテスト（ミレニアムテスト）を行うことも可能である。もちろん、人工的な市場のみならず実際の外国の同アセットクラスの過去の市場データ等をテスト対象に含めることも可能だ。

ミレニアムテストを用いれば、仮にモデルが特定の市場の将来の情報を知った上で構成されたものであれば想定と異なるテスト結果となる。

またミレニアムテストにより、モデルの不得意な環境はどういう環境なのか、特に最悪な環境でもどの程度の損失が起きるのかを事前に知ることが出来る可能性がある。ここで現実の外国等の過去の市場データでテストすると何の要因が損失原因かを特定することが難しいが、条件がコントロールされた人工的な市場環境であれば損失原因を特定することは比較的容易であり、モデルの進化を促進することが期待出来る<sup>5</sup>。

## ミレニアムテストのための市場模型

ミレニアムテストを行うためには仮想市場の模型を作る必要がある。金融市場に良く似た時系列を生成するモデルの先行研究としてはマンデルブローによるフラクタル幾何学を用いた市場模型がある [6]。これ以外にも様々な模型が考えられ、市場の理解が深まるにつれてより現実的なモデルが提案されていくと考えられる。

## 事例研究

実際の数理モデルを用いてフォワードテストを行なってみた。ここで用いるモデルは単純に過去の TOPIX（東証株価指数）の価格の時系列だけを読み込んで、直近の市場環境に適応（学習）したのち将来の TOPIX の価格を予想してトレード指示を出し、TOPIX 先物でトレードをするモデルである。

## 市場価格の将来を予測する数理モデル

用いた数理モデルは物理学の領域で用いられる考

え方を活用しているがここでは理論の詳細には立ち入らず考え方を紹介する。フォワードテストでは数理モデルの詳細が分からなくても予測能力を評価出来る。

市場で取引されることによって価格形成される金融商品の多くは共通の普遍的現象がある。一方に価格が動き続けるトレンドの発生と、短期的に価格が動き過ぎたら少し前の価格水準に戻る平均回帰現象である。数理モデル構築の第 1 ステップとして、こうした現象の時間発展を記述する数理モデルを構築した。こうした数理モデルの先行研究としては PUCK model [7] などがあるが本稿では PUCK model とは異なる数理モデルを用いた。

第 2 ステップで上述の数理モデルが現実の市場の過去の時系列を学習して直近の市場環境に適応するためのプロセスをシミュレーテッド・アニーリング [8] と強化学習の考え方をを用いて構成した。実装は C++ でコーディングした。

当モデルの特長は、インプット情報の単純さにある。過去の価格の時系列のみがインプット情報であるため乱数の源が原理的に一つしか無い「ランダムウォーカーの罫」の懸念が殆ど無い。

## フォワードテストの事例

投資戦略としては、TOPIX 先物のエクスポージャーを純資産総額のマイナス 50% からプラス 50% の範囲（合計で 100% の幅）で変動することで株式相場の上昇と下落のどちらでも収益機会とする自由度を与えた。トレーディングは日々の株式市場の寄りきと大引けの 2 回取引を行うことが出来る。運用に係る報酬や取引コスト<sup>6</sup>は考慮せず市場価格で売買が成立するものとした。

上記戦略を 2002 年末から 2016 年月末までの約 14 年間フォワードテストした結果を図表 3 に示す。

図表 3: フォワードテストのパフォーマンス

	数理モデル	TOPIX
Total Return	323%	70%
IRR	11.7%	4.1%
Sharpe Ratio	0.97	0.23

この期間のトータルリターンは 323% であり、年率幾何平均リターン (IRR) にすると 11.7% となる。IRR を月次のリターンから算定したリターンの年率標準偏差で割った比率 (Sharpe Ratio<sup>7</sup>) で見ると 0.97 と

<sup>4</sup> 日本取引所グループのホームページより (<http://www.jpx.co.jp/>)

<sup>5</sup> 現代の AI 将棋が人間の対戦手を介さずに機械同士の対戦で進化し続けている様に、数理モデルが仮想市場模型を相手にして現実の市場データが無くても進化していく可能性も将来的にはあるかも知れない。

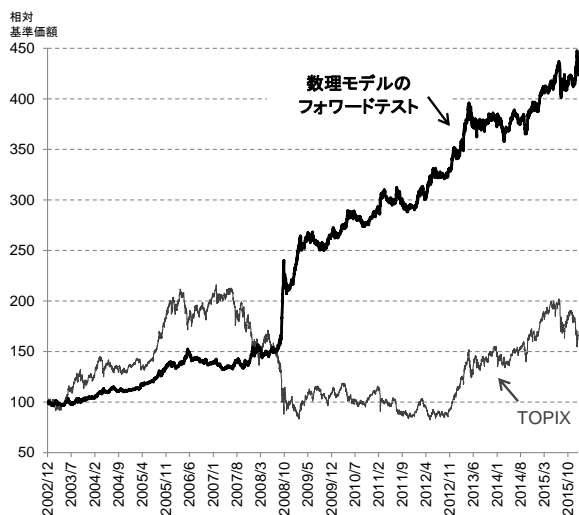
<sup>6</sup> 株価指数先物の取引は現物株式に比べて売買手数料が低い傾向がある。

<sup>7</sup> 実務における Sharpe Ratio の値の解釈例を次に示すが、評価は相対的なものなので必ずしもこの通りではない。"a ratio of 1 or better is considered good, 2 and better is very good, and 3 and better is considered excellent"

([http://www.investopedia.com/articles/07/sharpe\\_ratio.asp#ixzz40xU529Cc](http://www.investopedia.com/articles/07/sharpe_ratio.asp#ixzz40xU529Cc))

なる。TOPIX との対比で見ると TOPIX のパフォーマンスを長期的にアウトパフォームすることが確認された。これをチャートにして相対比較したのが図表 4 である。

図表 4: フォワードテストの相対パフォーマンス (2002年12月末を100に基準化)



## バックテストとの対照比較

上記の数理モデルを用いて 2002 年 12 月末から 2008 年 4 月末までの 5 年間 4 ヶ月<sup>8</sup>をバックテスト期間とし、当期間において内部パラメータは当期間のみに最適化したパラメータ群を選択し当期間にわたって固定して計算した。当期間の後はバックテストで決定した内部パラメータを引続き固定してシミュレーションを行うことで「バックテストの裏切り」効果を検証した。

この結果、バックテスト対象期間は図表 5 のとおり IRR が 13.7% で Sharpe Ratio が 1.34 であった。

図表 5: バックテスト期間中のパフォーマンス

	数理モデル	TOPIX
Total Return	99%	61%
IRR	13.7%	9.4%
Sharpe Ratio	1.34	0.62

次にバックテスト期間後 (2008 年 4 月末から 2016 年 1 月末) において、バックテストで決定した内部パラメータを固定したままパフォーマンスを測定した (図表 6)。この結果、IRR は 5.6% で Sharpe Ratio は 0.48 とバックテストより悪化し「バックテストの裏切り」効果が確認された。一方で内

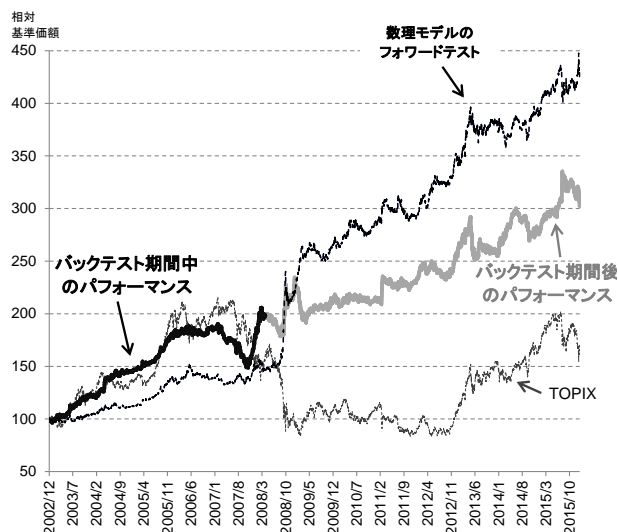
部パラメータを一切変更しなくとも年率 5.6% のリターンが得られる点は数理モデルに内在する予測力がバックテスト期間後も存在しているためと考えられる。

図表 6: バックテスト期間後のパフォーマンス

	数理モデル	TOPIX
Total Return	52%	5%
IRR	5.6%	0.7%
Sharpe Ratio	0.48	0.03

以上の結果を相対パフォーマンスグラフで示したのが図表 7 である。バックテストは対象期間に最適化しているため相対的に良いパフォーマンスであり、数理モデルのフォワードテストより良い。しかしバックテスト期間後のリターンはプラスではあるもののフォワードテストをアンダーパフォームし、市場環境変化に適応するプロセスの効果が確認された。

図表 7: バックテスト期間前後の比較



## ミレニアムテストの事例

マンデルブローが考案したフラクタル幾何学を用いた市場模型の考え方を参考に上述の数理モデルをミレニアムテストした。マンデルブローは「市場価格のパターンから価格の予測をして、お金をつぎ込むということは、怖さを知らないからこそできることもと言える」、「価格の予想は無理と思え」と記述している [6] が、結果はそこまで悲観的ではない可能性が示された。

ミレニアムテストで用いた市場模型の構成方法は次のとおりである。まずマンデルブローのように時

<sup>8</sup> 期間が中途半端なのは用いた数理モデルの統計処理の特性上の都合



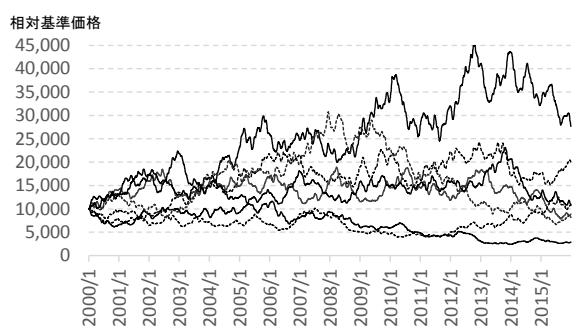
間の始点と終点を先に決めてから特定の騰落パターンを自己相似的に埋め込む幾何学的構成方法 [6]は用いない。これは時間の始点と終点を先に決定する方法は時間発展する市場の模型として不自然であるためである。これに変わって市場模型に求める要件として、TOPIX のリターンの時系列の統計的性質をある程度再現することと、リターン系列の構造にフラクタル幾何的な性質を内在することを採用した。

TOPIX のリターンの時系列の統計的性質としては月次リターンから算定した年率換算ボラティリティが 20%程度であることを目安とした。

またリターンの時系列にフラクタル構造を与えるために三角型の要素関数を用い、この要素関数に相似形の三角形を重ね合わせる方法を用いた。この際、乱数を用いることでよりランダム性の高い市場模型を作成した（詳細は Appendix 参照）。

このようにして構成した市場模型の価格の時系列の事例を図表 8 に示す。

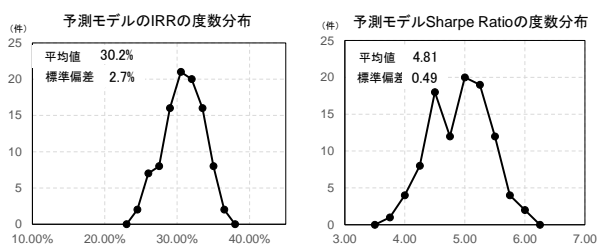
図表 8:市場模型の例 (2000/1/1=100 で基準化)



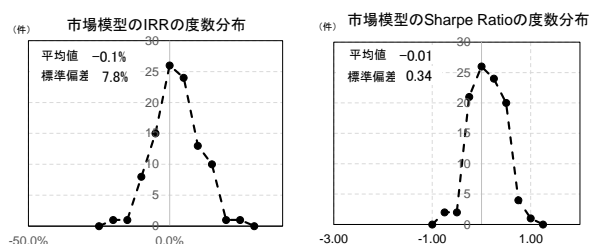
この模型を 100 種類乱数で生成して 10 年ずつフォワードテストした結果を図表 9,10 に示す。10 年分の時系列の 100 セットの平均標準偏差は 23.0% であり、そのばらつきの標準偏差は 1.3% であった。

ミレニアムテストの結果、数理モデルの IRR は 29.9% でその標準偏差は 2.7%、Sharpe Ratio は 4.78 でその標準偏差は 0.48 である。この結果かなりのランダムネスを含んでいてもフラクタル的パターンのリターン構造を持った時系列は予想が可能であることが示された。現実の市場は今回の模型よりも複雑で予測は難しいが、簡単な問題を確実に解ける事実も重要な確認である。

図表 9: 数理モデルのミレニアムテスト結果



図表 10: 市場模型の基礎統計量 (参考)



## おわりに

これまでアクティブマネージャーが育成されてきた背景には、投資銀行の自己勘定取引部門による貢献が大きかった。しかし、リーマンショック後の世界的な金融制度基盤整備の流れによりボルカールール<sup>9</sup>等の規制が強化されてきた結果、多くの投資銀行のプロップデスクは閉鎖もしくは大幅縮小を迫られて来た。結果的に新しい投資マネージャーが育つ機会が失われつつある。

一方で世界の緩和的金融環境を背景に膨張したマネーは投資先を求めており結果的にヘッジファンドへの預かり資産残高は増加し続けており、優秀なマネージャーが少ないことが問題となっている。

こうした環境において人工知能等の新しい技術を用いた運用戦略が今後更に高度化されて適切に評価され受け入れられることで、将来的にはマネージャー不足の問題も解消できる可能性もあるのではないかと考えている。

## Appendix 市場模型の構成方法

フラクタル的なリターン構造を与えるために図表 11 のような要素関数  $F(t, k)$  を導入した。  $F(t, k)$  は周期  $3k$  を持つ三角形をつなげた関数である。

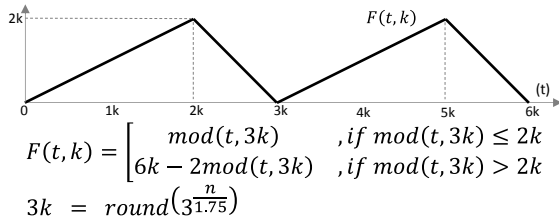
ここで  $\text{round}()$  関数は入力値の小数点以下を四捨五入して整数のみ返す関数であり、  $n$  は自然数である。  $n$  の除数  $1.75(=7/4)$  は  $n$  を変えた際の周期性  $k$  がより複雑になるようにするための値である。

$n=1 \sim 6$  まで変えた場合の  $F(t, k)$  の時系列を図表 12 に示す。図表 12 では要素関数の相似図形によって時系列が構成されていることが分かる。こうした

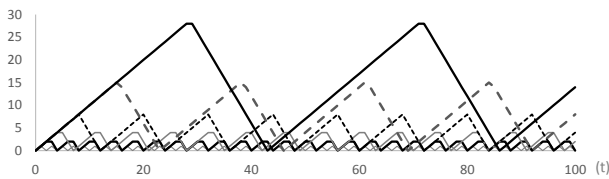
<sup>9</sup>自己勘定で利益を得るための取引を行うことへの規制を含む

時系列を一定の方法で合成することでフラクタル的な構造を与えた市場模型を作る。

図表 11: フラクタルな時系列の要素関数 F

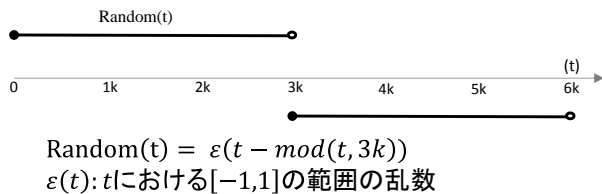


図表 12: 時系列のフラクタル構造例



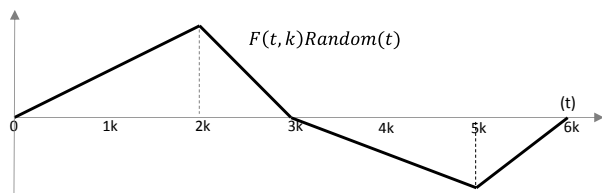
次に 1 周期ごとに振幅が乱数によって変化する関数 Random(t)を図表 13 のように定義する。

図表 13: Random 関数



F(t,k)と Random(t)を乗じることで図表 14 のように振幅がランダムに変化する構造を与えた。

図表 14: 要素関数と Random 関数の積の時系列



また、F(t,k)は周期と振幅が比例する構造があるためこのまま n を変えて合算すると大きな n の効果が時系列を支配するため予測が簡単になる。よって n に対する振幅の補正 A(n)を(2)式で定義する。F(t,k)の最大振幅は 2k なので補正は 1/k のオーダーに近いことが妥当と考えられる。

$$A(n) = \frac{0.04}{\left(\frac{n}{31.75}\right)^{\exp(1-0.4n)}} \quad (2)$$

A(n)は  $n \leq 4$  では単調減少で n が小さいほど振幅を大きく評価し、 $n=4$  で最小値  $A(4)=0.01842$  を取り  $4 < n$  では単調増加関数で  $A(n)=0.04$  ( $n \rightarrow \infty$ ) となる。この関数形により n の大きな場合に振幅が減少しす

ぎない構造を与えた。

$$R(t) = \sum_{n=1}^N A(n)F(t, k) \text{Random}(t, n) + \epsilon(t) \quad (3)$$

$$\text{Vol}(\epsilon'(t)) = 2\text{Vol}\left(\sum_{n=1}^N A(n)F(t, k) \text{Random}(t, n)\right) \quad (4)$$

ここで  $\epsilon'(t)$  はそのボラティリティ  $\text{Vol}(\epsilon(t))$  が  $\sum_{n=1}^N A(n)F(t, k) \text{Random}(t, n)$  のボラティリティの 2 倍になるように選んだ乱数で長期平均は 0 である。1 タイムステップの%リターンは  $R(t)/100$  で与えられる。この結果、市場模型の価格 P(t)の時間発展は以下によって記述される。但し 2 タイムステップで 1 日とカウントした。

$$P(t+1) = P(t) \left(1 + \frac{R(t)}{100}\right) \quad (5)$$

## 謝辞

本論文の作成に当っては千葉商科大学の西山昇客員教授に多大なる助言を頂いたことに感謝致します。

## 参考文献：

- [1] Fama, E.F. and K.R. French, Size and book-to-market factors in earnings and returns, Journal of Finance 50, 1995
- [2] 祝迫得夫, ノーベル経済学賞 2013 年解題 ファーマ, ハンセン, シラー教授の資産価格の実証分析への貢献, 一橋大学経済研究所, Discussion Paper Series A, 2014 No.599
- [3] Wooldridge, Jeffrey M., Introductory Econometrics: A Modern Approach (Fifth international ed.), Australia: South-Western, 2013
- [4] Stroyny, Alvin L., "Estimating a Combined Linear Factor Model" In Linear Factor Models in Finance, Elsevier, 2005
- [5] Robert Pardo, The Evaluation and Optimization of Trading Strategies, Wiley, 2008
- [6] Benoit B. Mandelbrot, Richard L. Hudson.:禁断の市場フラクタルで見るリスクとリターン, 東洋経済新報社, 2008
- [7] Misako Takayasu, Kota Watanabe, Takayuki Mizuno and Hideki Takayasu, Theoretical Base of the PUCK-Model with Application to Foreign Exchange Markets, Proceedings of Econophysics Approaches to Large-Scale Business Data and Financial Crisis, Springer, 2010
- [8] Kirkpatrick, S.; Gelatt Jr, C. D.; Vecchi, M. P., "Optimization by Simulated Annealing". Science 220 (4598): 671-680., 1983

## ディスクレーマー：

本稿は筆者個人の考えに基づくものであり、筆者が現在所属して



いるシンプレクス・アセット・マネジメント株式会社の公式見解  
ではありません。