

債券市場の需給過程に着目した裁定機会検知

Detecting arbitrage opportunities focused on forces of demand and supply in bond markets

東出 卓朗^{1*} 中川 慧¹Takuo Higashide¹ Kei Nakagawa¹¹ 三井住友アセットマネジメント株式会社

Abstract: Bond price is affected by main two factors; fundamentals, and forces of demand and supply. The latter impact on prices has a tendency to extinguish in less time compared to the former one. This paper provides an investment strategy focused on forces of demand and supply. We analyze a time series of bond prices using Principal Component Regression and Partial Least Squares Regression to detect the forces of demand and supply that skews the equilibrium price and generates arbitrage opportunities.

1 はじめに

債券価格は、景気動向、物価、為替相場、金融政策などのマクロ経済動向であるファンダメンタルズ要因と投資家の心理や売買動向などのテクニカル（需給）要因によって決まる。一般に、長期の債券価格は短期的な上下はあれど、経済情勢などのファンダメンタルズ要因に左右される。一方で、短期的にはファンダメンタルズ要因よりむしろ需給要因によって価格が左右される。ファンダメンタルズ要因へと債券価格が長期的に収斂するのに対して、需給要因から生じたファンダメンタルズからの乖離は比較的短期的に修正される傾向にある。株式市場においてはファンダメンタルズからの価格乖離を利用した裁定取引は、ペアトレードないしスプレッドトレードという戦略で実装され、[2]Vidyamurthy(2004)や[1]Gatev, et. al(2006)をはじめとした多数の理論的、実証的研究が存在する。一方で債券市場を対象としたファンダメンタルズからの価格乖離を利用した裁定取引¹についての先行研究は少ない。

そこで本稿では、債券価格を駆動する共通のファンダメンタルズ要因（リスクファクター）を主成分回帰（PCR）や部分最小二乗回帰（PLS）を用いて抽出し、当該リスクファクターでは説明できない部分（残差）を需給要因により発生した一時的な乖離と捉える。そして需給による一時的な乖離の大きさをシグナルとして、その修正に賭ける裁定戦略の提案を行う。米国の債券市場

を対象にした実証分析の結果、当該裁定戦略はシャープレシオが2を超える良好なパフォーマンスを獲得した。

2 部分最小二乗回帰

従属変数 \mathbf{y} 、説明変数を \mathbf{X} 、回帰係数を β としたとき、OLS に基づく回帰係数は以下のように求められる。

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (1)$$

一般に重回帰分析を行う際に、いずれかの説明変数に高相関性がある場合、あるいは説明変数の次元がデータに比して大きい場合、通常の方法（OLS）では、回帰係数の推定精度が悪くなる、多重共線性の問題がある。この問題への対処として、Ridge 回帰や Lasso 回帰のように係数の大きさに罰則を課す手法に加え、説明変数の次元を低次元へと削減する主成分回帰（PCR）ないし部分最小二乗回帰（PLS）といった手法が計量化学の分野で開発されてきた。以下で PCR と PLS それぞれの概要を述べる。

2.1 主成分回帰

PCR は説明変数 \mathbf{X} を主成分分析し、算出された主成分スコア \mathbf{F} を新たな説明変数とし、従属変数 \mathbf{y} に回帰を行う手法である。説明変数 \mathbf{X} の分散共分散行列の固有値問題の大きい順に r 個で打ち切る。この固有ベクトルを r 個並べたものを直交行列 \mathbf{W} とする。このとき主成分スコアは $\mathbf{F} = \mathbf{X}\mathbf{W}$ と書ける。主成分スコア \mathbf{F} を用いると、(1) 式の回帰係数は以下ようになる。

$$\hat{\beta} = (\mathbf{F}'\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{y} \quad (2)$$

*三井住友アセットマネジメント株式会社
東京都港区愛宕2丁目5番1号
愛宕グリーンヒルズ MORI タワー 28 階
E-mail:takuo.higashide@smam-jp.com

¹厳密な意味での裁定取引ではなく、市場参加者は裁定という言葉で「リスクに比して大きな利益を得られる可能性の高い取引」という、より広い意味で使用することが多い。

通常の重回帰分析と異なる点は、説明変数の次元を r 個に削減し、しかも直交座標系に落としているので、多重共線性の問題が発生しない点である。PCR を用いた先行研究である [4] 和泉他 (2010) では、日銀の金融経済月報からのテキストマイニングにより得られた単語のパターンを主成分回帰にかけて月次の市場価格の動きを解析した。

2.2 部分最小二乗回帰

PLS は、[3]Wold(1975) によって計量化学の分野で開発され、当該分野で使用されている PCR を拡張した回帰分析手法である。PCR では従属変数を一切考慮することなく説明変数間の変動を説明するように次元削減を行う。PLS も PCR と同じく説明変数の次元を削減するが、PLS では従属変数 y を予測することを目的に従属変数の情報を加味して次元削減を行う。つまり、次元削減した説明変数であるスコアを、スコアと従属変数間の共分散が最も大きくなるように、かつスコアがお互い無相関となるように逐次求める。そして求めたスコアを使って従属変数に回帰することで回帰係数を求める。PLS 回帰のアルゴリズムはいくつか提案されているが、本稿では最も代表的な [3]Wold(1975) による NIPALS アルゴリズムを用いる。以下に NIPALS アルゴリズムの概要を示す。

- $i = 0$ として、説明変数を X と従属変数 y を中心化 (あるいは標準化) したものを、それぞれ X_i , y_i とし、 $\hat{y}_i = 0$ する。
- X_i と y_i の共分散として重み $w_{i+1} = X_i' y_i$ を計算し、スコア $t_{i+1} = X_i w_{i+1}$ を求める。
- X_i と y_i をそれぞれ t_{i+1} で回帰して、回帰係数 P_{i+1}' , q_{i+1} を求める。

$$P_{i+1}' = (t_{i+1}' t_{i+1})^{-1} t_{i+1}' X_i \quad (3)$$

$$q_{i+1} = (t_{i+1}' t_{i+1})^{-1} t_{i+1}' y_i \quad (4)$$

- 回帰残差を用いて係数と PLS 回帰式 y_{i+1} の更新を行う。

$$X_{i+1} = X_i - t_{i+1} P_{i+1}' \quad (5)$$

$$y_{i+1} = y_i - t_{i+1} q_{i+1} \quad (6)$$

$$\hat{y}_{i+1} = \hat{y}_i + t_{i+1} q_{i+1} \quad (7)$$

- 十分な精度が得られるまで $i = i+1$ として、Step 2 から Step 4 を繰り返す。

また [6] 橋本他 (2009) によると、PLS 回帰係数は重み行列 $W_k = (w_1, \dots, w_k)$ を用いて以下のように求めることができる。

$$\hat{y} = \hat{\beta}_{PLS}^k X = X W_k (P_k' W_k)^{-1} q_k \quad (8)$$

3 実証分析

ここでは 2.1 の PCR と 2.2 の PLS を使用して価格形成要因を分解し、残差項を需給要因と見なした米国国債を例とした債券投資戦略の実証分析を行う。具体的には米国 10 年金利を従属変数にして、金利動向に關係深いと言われる変数を用いて PCR 及び PLS 回帰を実行する。回帰の結果生じた残差を需給によって発生したものとみなして、債券の売買をデューレーションに従属変数と同じく 10 年程度のベンチマーク (Citi WGBI US 10-15 年) を用いて仮想的に行う。

3.1 データセット

使用するデータセットの定義は表 1 の通りである。データ期間は 2007/5/4 から 2016/8/31 までとし、データはすべて Bloomberg 端末から取得した。

表 1: データセット一覧

Ticker	概要
1 USGG10YR Index	米国10年金利
2 FARBAST Index	FRB総資産額
3 SPX Index	S&P500指数
4 VIX Index	VIX指数
5 CESIUSD Index	Citiエコノミックサプライズ指数
6 LUACOAS Index	Barclays USアグリゲート指数OAS
7 LF98OAS Index	Barclays US/ハイイールド指数OAS
8 USSP10 Curncy	米国10年金利スワップレート
9 FWISUS55 Index	US 5Y/5Yインフレーションスワップレート
10 EEM US Equity	iShares MSCI EM ETF
11 REM US Equity	iShares Mortgage Real Estate ETF
12 ED5 Comdty	3か月ユーロドル金利先物(第5限月)
13 ED1 Comdty	3か月ユーロドル金利先物(第1限月)
14 CLF CFSI Index	Cleveland Financial Stress Index
15 CLA Comdty	WTI Crude先物価格
16 USGG2YR Index - FDTR Index	米国2年金利 - FOMC目標金利

また各変数間の相関行列は表 2 の通りである。表 2 から高相関の変数がいくつか存在することから通常の OLS が適当ではないことが確認できる。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1															
2	-0.18	1														
3	-0.18	0.97	1													
4	-0.11	-0.34	-0.49	1												
5	0.13	-0.23	-0.19	-0.10	1											
6	-0.38	-0.45	-0.54	0.71	-0.01	1										
7	-0.45	-0.27	-0.38	0.71	-0.10	0.93	1									
8	0.29	-0.44	-0.49	0.18	0.09	-0.01	-0.27	1								
9	0.45	-0.76	-0.75	0.00	0.26	-0.09	-0.28	0.66	1							
10	0.55	-0.55	-0.48	-0.22	0.17	-0.33	-0.50	0.57	0.79	1						
11	0.27	-0.84	-0.77	0.01	0.18	0.01	-0.18	0.59	0.86	0.80	1					
12	-0.15	-0.46	-0.49	0.02	0.14	0.02	-0.12	0.43	0.63	0.28	0.49	1				
13	0.46	-0.07	-0.06	-0.28	0.05	-0.60	-0.71	0.64	0.56	0.61	0.43	0.37	1			
14	-0.63	-0.20	-0.25	0.55	-0.15	0.81	0.86	-0.31	-0.36	-0.42	-0.15	-0.09	-0.75	1		
15	0.45	-0.76	-0.77	0.10	0.25	-0.01	-0.25	0.75	0.93	0.82	0.86	0.56	0.53	-0.27	1	
16	0.35	0.48	0.53	-0.18	-0.11	-0.25	-0.11	-0.44	-0.50	-0.19	-0.42	-0.89	-0.10	-0.19	-0.50	1

表 2: 変数間の相関行列

3.2 シミュレーション

本稿ではシミュレーションはすべて統計ソフト R 上で行った。はじめに需給過程を抽出するためにデータセットのうち従属変数を米国 10 年金利として、その他

の説明変数でPCRまたはPLSを行う。PCRについては1番目主成分からの固有値の累積寄与率が95%を超える主成分までをスコア(説明変数)として使用する。PLSについては10-foldのLeave-one-outでクロスバリデーションを行い、テスト誤差が最小となる数の成分数をスコアとして使用する。

回帰を行うためのデータ期間は250営業日²をローリングしていく。回帰の結果得られた残差項を標準化したものを需給要因から生じたファンダメンタルズからの乖離とみなして、債券売買のシグナルを作成する。PCR, PLSそれぞれの残差と米国10年金利をプロットしたものが下表3, 4である。

- 標準化した残差が $+1\sigma$ を超えたらポジションを閉じる。
- 標準化した残差が -1σ を下回ったらポジションを構築。

PCR, PLSそれぞれシグナルに従って債券売買した際のウェイト変化を示したのが以下の表5と表6である。金利の上昇局面にはポジションが非保有となり、金利低下局面では保有できていることが確認でき、需給の平均回帰は金利の方向予測に有効なシグナルであるといえる。

表 3: PCR の残差と US10 年金利

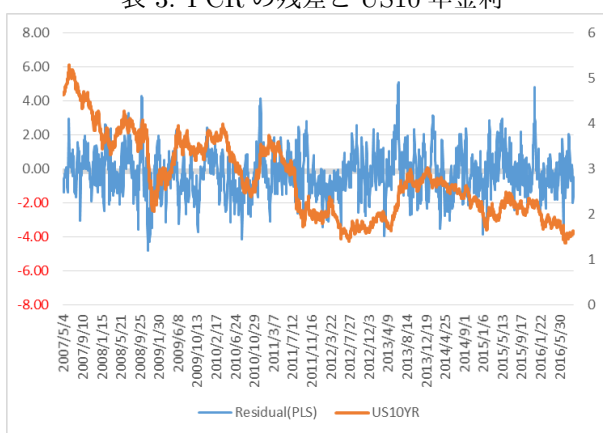


表 5: PCR のウェイトと US10 年金利

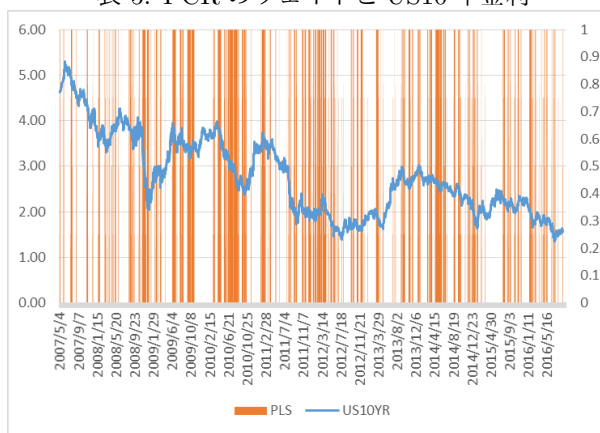


表 4: PLS の残差と US10 年金利

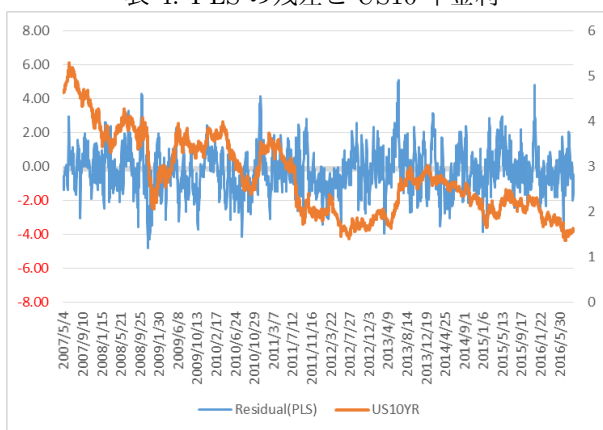
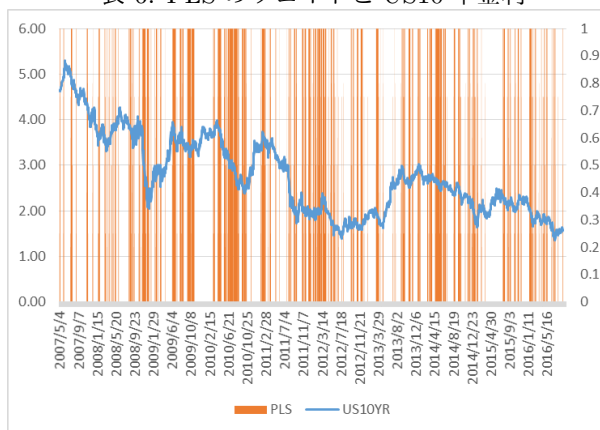


表 6: PLS のウェイトと US10 年金利



これら需給(残差)にADF検定を行った結果、いずれも定常過程であることが確認できた。すなわち平均回帰性が担保され、需給で形成された価格過程はどこかでプライスにアンワインドが発生すると考えられる。本稿では需給による債券売買のシグナルを以下の通り作成した。

²回帰を実行するさいにデータセットの説明変数が250営業日分取得できない場合には当該説明変数は除外している。

さらに売買コスト³として5bpをリバランスの度に控除する。その結果、売買コストを控除した後の富の水準と年度別のパフォーマンス分析がそれぞれ表7と表8である。PCR, PLSいずれも富の水準がベンチマークであるCiti WGBI US 10-15年を安定的に上回っていることが確認できた。一方でPCR, PLS間では、PLS

³債券投資においては取引コストは保守的にデレージション×0.5bpを控除するのが実務的に妥当である。

はPCRを拡張し説明変数の相関を考慮して残差を作成するため、PLSのアウトパフォーマンスを期待した。しかし本シミュレーションでは基本的にPLSがアウトパフォーマンスしているものの、際立った差はみられなかった。パフォーマンス分析においても、PCR、PLSはベンチマークをリターン水準、リスク水準ともにアウトパフォーマンスし、運用効率を示すシャープレシオも2を上回る良好な結果となった。

表 7: 各ポートフォリオの富

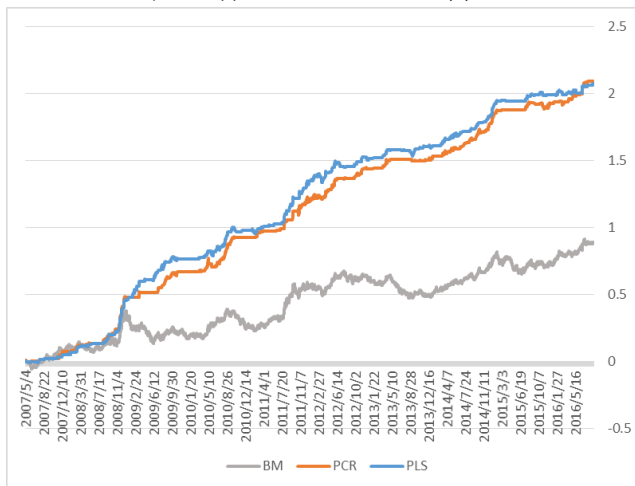


表 8: パフォーマンス分析

	BM			PCR			PLS		
	リターン	リスク	SR	リターン	リスク	SR	リターン	リスク	SR
～2007/12	11.7%	10.0%	1.18	10.1%	3.8%	2.67	7.4%	3.2%	2.27
～2008/12	26.0%	15.0%	1.73	39.0%	8.6%	4.52	39.3%	8.9%	4.42
～2009/12	-17.2%	17.1%	-1.00	18.4%	6.6%	2.81	29.5%	9.9%	2.99
～2010/12	9.9%	14.9%	0.66	24.7%	8.4%	2.93	20.5%	8.2%	2.49
～2011/12	28.4%	17.6%	1.61	28.1%	10.9%	2.57	35.3%	10.7%	3.31
～2012/12	4.1%	13.1%	0.31	21.4%	8.9%	2.39	16.4%	8.2%	2.00
～2013/12	-13.3%	11.9%	-1.11	6.5%	4.7%	1.39	8.2%	5.1%	1.62
～2014/12	23.6%	9.9%	2.39	27.2%	7.0%	3.91	23.8%	5.9%	4.00
～2015/12	-0.3%	15.4%	-0.02	13.0%	7.2%	1.80	13.7%	5.2%	2.61
～2016/8	23.9%	12.3%	1.94	24.3%	7.9%	3.07	12.0%	7.9%	1.53
全期間	9.7%	13.7%	0.77	21.3%	7.4%	2.81	20.6%	7.3%	2.72

4 結論

本稿では金利の変動をPCR、PLSを用いてファンダメンタルズ要因と需給要因に分解し、需給の平均回帰に着目して債券売買のシグナルを作成した。作成したシグナルに基づき実証分析を行った結果PCR、PLSいずれもベンチマークをリスク/リターン水準ともに上回り、運用効率を示すシャープレシオも2を上回る良好な結果が確認できた。一方で本稿のアプローチは国を問わずに実行可能な戦略であるので米国以外の債券市場でのシミュレーションを行うこと。また説明変数については債券ファンドマネージャーとしての知見から有効であると考えられるものを恣意的に選択したため、

例えば、[5] 瀬之口 (2014) のように機械学習を用いてより客観的な変数選択を行うことなどが今後の課題として考えられる。

参考文献

- [1] Gatev, E., Goetzmann, W. N., Rouwenhorst, K. G. (2006). "Pairs trading: Performance of a relative-value arbitrage rule". *Review of Financial Studies*, 19(3), 797-827.
- [2] Vidyamurthy, G. (2004). "Pairs Trading: quantitative methods and analysis". *Wiley*.
- [3] Wold, H. (1975). "Soft modeling by latent variables: the nonlinear iterative partial least squares approach". *Perspectives in probability and statistics*, papers in honour of MS Bartlett, 520-540.
- [4] 和泉潔, 後藤卓, 松井藤五郎. (2010). "テキスト情報による金融市場変動の要因分析". *人工知能学会論文誌*, 25(3), 383-387.
- [5] 瀬之口潤輔.(2014). "株価の局面変化に対する要因抽出", *人工知能学会研究会資料*,SIG-FIN-013-03
- [6] 橋本淳樹, 田中豊. (2009). "PLS 回帰における成分数の決定について". *日本計算機統計学会大会論文集*, (23), 49-52.