

# 能動的キャンセルを含む人工市場によるキャンセル寿命の 冪分布の再現

Reproduction of Power-law Distribution of Cancelled Order Lifetime using Artificial Market that Agents Submit Cancellation Orders Actively

吉村 勇志<sup>1</sup> 陳 昱<sup>1</sup>

Yushi Yoshimura<sup>1</sup>, Yu Chen<sup>1</sup>,

<sup>1</sup> 東京大学大学院新領域創成科学研究科人間環境学専攻

<sup>1</sup>Department of Human and Engineered Environmental Studies, Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo

**Abstract:** 多くの人工市場モデルにおいて、エージェントが注文を出す順序や頻度に対して十分な考察が行われておらず、エージェントはランダムもしくは固定の順序に応じて注文を出し、各エージェントの注文頻度はほぼ同一であることが多い。ところが、このようなモデルにおいては市場の状態に応じてエージェントが自分の注文を能動的にキャンセルすることが出来ない。株式市場においてキャンセルは注文総数の40%以上を占め、市場に大きな影響を及ぼしており、これを適切にモデル化することが求められている。本研究はその第一歩として、エージェントがキャンセル注文を出す確率が板に指値注文を出してからの経過時間に依存するモデルを構築し、キャンセルされた注文の寿命(キャンセルされるまでの経過時間)の分布の冪乗則を再現した。

## 1 序論

連続ダブルオークションを採用している金融市場において、売買差益を目的とする市場参加者は執行コスト(execution cost)と遅延リスク(delay risk)の兼ね合いから注文の価格や数量、形式を決定している。即ち、より有利な価格に注文を出す程、それが一定期間内に約定する確率は下がり、また他の市場参加者に意図を読まれる恐れがある。例えば Avellaneda[1]においては板の形状や流入する注文の分布に一定の関数形を仮定することで、特にHFTの代表であるマーケットメイカーを念頭に置きながら、売買差益を目的とするトレーダーの期待効用最大化する注文の価格決定を解析的に導出している。ところが、このモデルは執行コストと遅延リスクの問題を完全に解決しているとは言い難い。何故ならば、市場の挙動を観測し、自分の出した注文が望ましいものでなくなった場合にはキャンセル(し、必要に応じて新たな注文を提出)するという要素が欠けているからである。この問題を解決するには、人工市場を用いて動的環境の中で市場参加者の意思決定を議論する必要がある。

しかしながら、現在の人工市場の多くはエージェントの意思決定が単純であり、執行コストと遅延リスク、及びそこに含まれるキャンセルの問題を十分

に取り扱っているとは言えない。例えば Chiarella[2]においてはエージェントが注文を出す価格は過去のリターンやファンダメンタル価格の重み付け和から導出されるのみであり、注文価格から約定確率を見積もったりはしていない。また、キャンセルに関しても一定時間以上板に存在した注文が自動で削除される仕組みがあるのみであり、エージェントが市場の状態を見て能動的にキャンセルを入れることはない。キャンセルに関してはより現実的な要素を加えたモデルも存在するものの、不十分である。例えば Leal[3]においてはトレーダーが2種類、即ちHFT(High Frequency Trader)とLFT(Low Frequency Trader)に分けられ、前者にはより短いキャンセルまでの猶予時間を与えることによりHFTが高頻度でキャンセルを行うという性質を模擬しているが、一定時間以上約定されなかった注文のみが自動的にキャンセルされるという点には変わらない。Leal[4]においてはHFTが能動的キャンセルを行うようにはなったものの、注文の全てが約定した場合に利益が出るかどうかを基準としており、未だに単純に過ぎる。

そこで、動的環境における執行コストと遅延リスクの問題を考察する第一歩として、人工市場におけるエージェントのキャンセルに関する意思決定のモデル化を行う。ここで、注文の価格や数量の決定で

はなくキャンセルを最初に扱う理由は、そのどちらを扱うにしても注文の順序や頻度の問題を扱わなければならない(注文の価格や数量はエージェントがどれくらいの時間待てるかに影響されるが、その忍耐力の強さは注文の頻度にも影響を与える。キャンセルは一度指値注文を出したエージェントが短い時間内にもう一度注文(キャンセル)を出すことであるから、エージェントの注文する順序が単純なランダムや固定順序では上手くいかない)が、実市場の統計データからの検証がキャンセルの場合の方がより容易だからである。というのも、一人の市場参加者が複数の注文を同時に板に置かず、板に自分の注文を置いている状態ではキャンセル注文しか出さないと仮定すると、キャンセルによる注文の寿命(板に注文が出されてから、板上から消えるまでの経過時間)分布を用いて、市場参加者の注文頻度とその前に注文を出してからの経過時間との関係を導出することが出来るからである。

本研究の具体的目的は、各エージェントの注文頻度をエージェント及び市場の状態に応じて変化させることで、キャンセルによる注文の寿命分布 $\tau_c$ の冪乗則を再現することである。

## 2 人工市場モデル

### 2.1 モデル構築背景

図1に示すように、キャンセル及び約定による注文の寿命分布は冪分布に従い、かつその指数は異なっている(前者が $\alpha_c = 2.1$ 、後者が $\alpha_M = 1.5$ )ことが知られている。各エージェントの注文頻度をエージェント及び市場の状態に応じて変化させることで、キャンセルによる注文の寿命分布の冪乗則を再現する。

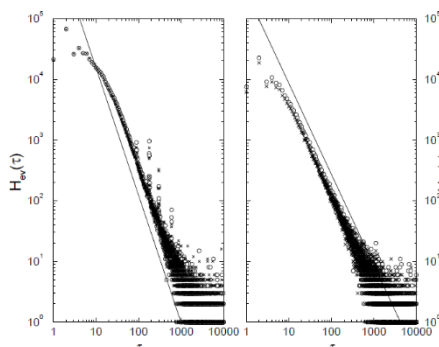


図1 注文の寿命(注文が出されてから板上から消えるまでの時間)分布(左がキャンセル、右が約定、実線は冪関数、指数は本文参照)(Challet[5]より)

執行コストと遅延リスクの問題のうちキャンセル寿命に関してのみ考察するのであるから、関係のな

い要素に関しては簡略化を行う。注文の数量は常に1とし、指値注文と成行注文は確率的に選択される。指値注文は最終約定価格(以下価格)より一定の範囲から確率的に選択される。その確率分布は、以下必要に応じて述べる。また、板上に自分の未約定の注文を持つエージェントは指値・成行注文を行わないものとする。これにより、一人のエージェントが板上の複数の注文をどのような順序でキャンセルするかや、古い注文のキャンセルと新しい注文の提出のどちらを優先するか等、多数の意思決定の問題を除き、考察を単純化することが出来る。

### 2.2 モデル内容

モデルは離散的な時間ステップ毎に進み、各時間ステップに1人のエージェントのみが市場に注文を出す。1つの時間ステップが次の3つのステップに分かれている。また、エージェントは板上に自分の未約定の注文が存在するかどうかで挙動が異なり、存在するエージェントをL(on LOB)エージェント、しないエージェントをN(Not on LOB)エージェントと以下呼称する。

#### 1)緊急性 $u_i$ の計算

各エージェントは自身の市場参加の緊急性 $u_i$ を計算する。N エージェントの緊急性は $u_{LO,MO}$ とし、これは単純の為定数であるとする。L エージェントの緊急性は $u_c(\tau)$ により計算する。 $\tau$ は板上の注文がそのエージェントによって出されてからの経過時間であり、時間ステップ数によりカウントされる。

#### 2)注文エージェントの決定

この時間ステップに注文を出すエージェントを、 $u_i$ に応じてルーレット選択により1人選ぶ。即ち、エージェント $j$ の選択される確率は式(1)で表される。

$$\frac{u_j}{\sum_{i=1}^N u_i} \quad (1)$$

#### 3)エージェントの注文

選択されたエージェントが注文を出す。N エージェントの場合、指値注文と成行注文を確率的に選択する。売買方向はランダムであり、注文の数量は1のみを取るとする。指値注文の価格は最終約定価格から一定の範囲内で、買い(売り)注文の場合には低く(高く)なるという条件下で、確率的に決める。最終約定価格からの距離の従う確率分布は、以下必要に応じて述べる。L エージェントの場合、自分が板上に出している唯一の注文に対しキャンセル注文を出す。時間ステップが1進み、経過時間 $\tau$ が $\tau_{max}$ に達した注文は削除される。

## 2.3 モデルの目的と調整パラメータ

キャンセルされた注文の寿命分布が $\tau_c^{-\alpha_c}$ に従うような $u_c(\tau)$ の関数形を見つける。 $(\alpha_c = 2.1)$

## 3 サブモデルによる $u_c(\tau)$ の考察

エージェントの意思決定を簡略化して依存する変数を注文の経過時間 $\tau$ のみとしたが、これでもまだ $u_c(\tau)$ の関数形を見つけるのは困難である。そこで、人工市場モデルの要素の一部を抜き出し、簡略化したサブモデルを構築し、その考察を行う。その後、サブモデルの考察を基に人工市場モデルの $u_c(\tau)$ の関数形を1つ仮定し、人工市場モデルのテストを行う。

### 3.1 サブモデル1：単一注文モデル

板上に注文が1つのみ存在する場合に、キャンセル率 $f_c$ の経過時間 $\tau$ 依存性を調べる。キャンセル率 $f_c$ はルーレット選択における相対的な被選択率である $u_c(\tau)$ とは当然異なるが、エージェント数 $N$ が大きければ $L$  エージェントの人数や $\tau$ の分布は時間的にほぼ一定と見做せるであろうから、定数倍の関係があると仮定出来、恐らくキャンセル寿命の分布も同じく冪関数になるだろうと予想し、単一注文キャンセルモデルの考察を始めた。

#### 3.1.1 モデル内容

注文が常に1つだけ存在する市場を考える。その仮定により、注文がキャンセルされると同時に新しい注文が入るものとする。キャンセル寿命の分布のみを考察するモデルである為、約定は無視する。注文は経過時間 $\tau$ というパラメータを持つ。

各時間ステップ、先ず経過時間 $\tau$ を1増やす。その後、注文は確率 $f_c(\tau)$ でキャンセルされ、 $1 - f_c(\tau)$ でキャンセルされない。キャンセルされた場合、その時の経過時間 $\tau$ をキャンセル寿命 $\tau_c$ として記録し、また注文が新しい注文に置き換わったと考え経過時間 $\tau$ を0にする。キャンセルされなかった場合、それ以上特に何も起こらない。

#### 3.1.2 解析解

注文の経過時間が $\tau$ に存在する確率分布 $P(\tau)$ と、 $\tau$ におけるキャンセル確率 $f_c(\tau)$ を求める。 $\tau$ は1つの時間ステップに必ず1つの値のみを取ることより式(2)が成り立つ。

$$\sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} P(\tau) = 1 \quad (2)$$

尚、 $\tau_{max}$ を $\infty$ とすると左辺が発散し解を持たないことは証明可能である。そして、キャンセル寿命 $\tau_c$ が観測される確率は、経過時間が $\tau_c$ でありかつそれがキャンセルされる確率であり、それが冪分布に従う。これは数式(3)として表現される。

$$P(\tau)f_c(\tau) \propto \tau^{-\alpha_c} \quad (3)$$

これを解くと、解析解として式(4-5)を得る。

$$P(\tau) = \frac{1}{\tau_{max}} \left\{ a \sum_{k=1}^{\tau_{max}-1} (\tau_{max} - k)k^{-\alpha_c} + 1 \right\} - a \sum_{k=1}^{\tau} k^{-\alpha_c} \quad (4)$$

$$f_c(\tau) = a\tau^{-\alpha_c}/P(\tau) \quad (5)$$

$$a = 1 / \sum_{k=1}^{\tau_{max}} k^{-\alpha_c+1} \quad (6)$$

#### 3.1.3 人工市場モデルへの適用

2節の人工市場モデルにおいて $u_c(\tau) = f_c(\tau)$ としてシミュレーションを行ったところ、図2に示すように、エージェント数 $N$ が特定の値においてのみ望ましい指数の冪分布が得られた。 $N$  エージェントの出す指値注文と成行注文の比率を変えてもこの結果は特に変わらなかった。

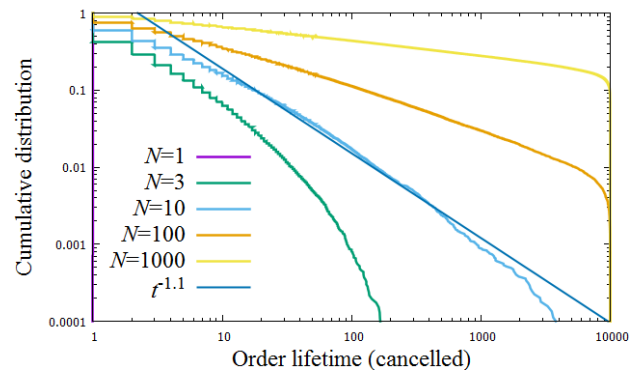


図2 キャンセル寿命の累積分布( $u_{LO,MO} = 0.9$ ,  $\tau_{max} = 10000$ )

$N < 10$  においてはキャンセル寿命が $\tau_c^{-2.1}$ より短く、 $N > 10$  においては長くなるのがグラフより読み取れる。尚、 $N=1$  は特殊な場合であり、1人のエージェントが指値注文とキャンセルを交互に出しており、キャンセル寿命は全て1である。

### 3.2 サブモデル2：時間保存則モデル

先述したように、単一注文モデルの結果を人工市場モデルに適用した場合、エージェント数 $N$ が大きい程キャンセル寿命も長くなるのが分かっている。即ち、系全体で見た場合に、板上の注文の経過時間

$\tau$ の合計値はキャンセルまたは約定によって注文が減少することによって減るが、エージェント数  $N$  が大きい程それが激しいということである。逆に、経過時間  $\tau$  の合計を増加させる要素という、毎時間ステップに板上の注文それぞれの経過時間  $\tau$  が 1 増加することであるから、板上の注文数  $N_{LOB}$  だけ系全体の  $\tau$  は増加することになる。 $N$  の増加に伴ってキャンセル寿命が伸びるという観測結果は、当然  $N_{LOB}$  は  $N$  の増加に伴って増加すると考えられるので、系全体の  $\tau$  合計値が時間的に安定 ( $\tau$  合計値が 0 または  $\infty$  に発散するという状況は  $N_{LOB}$  が 0 または  $N$  に収斂していることを示し、これは恐らくあり得ないと考えられる) だという考えに整合的である。そこで、3.1 のサブモデルと異なり、単一の注文のキャンセルの過程ではなく、系全体における注文の経過時間  $\tau$  の合計及び注文の個数  $N_{LOB}$  の増加・減少速度の釣り合いを考察することによりキャンセル寿命の冪分布を再現出来るのではないかと予想する。また、キャンセル寿命と約定寿命の分布を比較すると後者の方が冪指数が小さく、より大きな  $\tau$  の注文の消滅が多い為、 $\tau$  合計への影響力が大きい。従って、 $\tau$  合計の均衡を考える上で約定寿命についても考慮する必要がある。

### 3.2.1 モデル内容

2 節の人工市場モデルと基本的には同じであり、エージェントが L エージェントと N エージェントという 2 つの状態を取るが、板を考えず、約定に関しては特殊な処理を行う。注文エージェントとして選ばれた N エージェントが成行注文を行った場合、L エージェントの中から 1 人を、そのエージェントの注文の経過時間  $\tau$  の冪乗、 $\tau^{-\alpha_M}$  によるルーレット選択により選び、そのエージェントの注文と約定したもとして、そのエージェントの状態を L から N エージェントに変える。このようにする理由としては、キャンセル寿命の冪分布の再現が現在の目標であり、約定寿命の冪分布の発生メカニズム解明までは今回は扱わないからである。

### 3.2.2 解析解

板上の注文の個数の均衡値を  $N_{LOB}^*$  とする。また、均衡点における、指値注文、成行注文、キャンセルの比率をそれぞれ  $p_L$ 、 $p_M$ 、 $p_C$  とする。板上に経過時間  $\tau$  の注文が存在する確率は  $P(\tau)$  と記述する。ここで、均衡状態を考えており、かつ現在は指値、成行、キャンセルの数量は何れも必ず 1 であるので、 $N_{LOB}^*$  が存在するという仮定から式(7)が成り立つ。

$$p_L = p_M + p_C = 0.5 \quad (7)$$

注文の存在確率と総数の関係から、式(8)が成立。

$$\sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} P(\tau) = N_{LOB}^* \quad (8)$$

また、 $P(1)$  は直前の時間ステップに指値注文が出される確率に等しいので  $P(1) = p_L = 0.5$ 、キャンセルや成行注文の発生確率の合計は分かっており、各  $\tau$  毎の比率も求めたい冪分布として分かっているので、 $P(\tau)$  の解析解が式(9)のように定まる。

$$P(\tau) = 0.5 - p_C \frac{\sum_{j=1}^{\tau-1} j^{-\alpha_C}}{\sum_{j=1}^{\tau_{max}} j^{-\alpha_C}} - p_M \frac{\sum_{k=1}^{\tau-1} k^{-\alpha_M}}{\sum_{k=1}^{\tau_{max}} k^{-\alpha_M}} \quad (9)$$

$N_{LOB}^*$  は現実の市場の板上の注文数を適用すれば良いので、式(8-9)は  $\tau_{max}$  を現実のパラメータから導出する為の式でもある。 $N_{LOB}^*$  と  $\tau_{max}$  の関係の数値計算例を表 1 に示す。ここから、現実的な  $N_{LOB}^*$  の値を得る為には本モデルのようにキャンセルのみならず約定も考慮しなければならないことが分かる。尚、式(8-9)より式(8)が導出出来るが、これが  $N_{LOB} = N_{LOB}^*$  における  $\tau$  合計値の増加と減少の釣り合いの式である。

$$N_{LOB}^* - p_C \frac{\sum_{j=1}^{\tau_{max}} j^{-\alpha_C+1}}{\sum_{j=1}^{\tau_{max}} j^{-\alpha_C}} - p_M \frac{\sum_{k=1}^{\tau_{max}} k^{-\alpha_M+1}}{\sum_{k=1}^{\tau_{max}} k^{-\alpha_M}} = 0 \quad (8')$$

表 1  $N_{LOB}^*$  と  $\tau_{max}$  の関係の数値計算  
キャンセル寄与、約定寄与は  $N_{LOB}^*$  の値のうちキャンセル、約定が寄与する量を表す

$\tau_{max}$	$N_{LOB}^*$	キャンセル寄与	約定寄与
$10^4$	5.37	1.93	3.45
$10^5$	13.1	2.26	10.9
$10^6$	36.8	2.35	34.5
$10^7$	111	2.50	109
$10^8$	347	2.62	345

また、このモデルにおいて、指値注文と成行注文の相対的頻度は外生的に与えるが、キャンセルの頻度は  $u_C(\tau)$  の関数形や  $N_{LOB}$ 、 $N$  に依存する為、 $N_{LOB} = N_{LOB}^*$  において式(7)が確かに成り立つという保証は無い。そこで、式(7)が成り立つ条件式が必要となるが、それが式(10)である。

$$(N - N_{LOB}^*) \frac{p_L - p_M}{p_L + p_M} - \sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} P(\tau) u_c(\tau) = 0 \quad (10)$$

左辺第1項はNエージェントの指値注文による $N_{LOB}$ が増える効果と成行注文による減る効果を表し、第2項はキャンセルにより減る効果を表している。第1項は既知なのでこれにより $P(\tau)u_c(\tau)$ の $\tau$ に関する総和が求まる。 $P(\tau)u_c(\tau)$ はある時間ステップにキャンセル寿命 $\tau$ が観測される確率であるから異なる $\tau$ 間での数値の大きさの比はキャンセル寿命分布と同じ冪関数になる。よって、式(11)のように $P(\tau)u_c(\tau)$ が求まる。

$$P(\tau)u_c(\tau) = \frac{\tau^{-\alpha_c}}{\sum_{j=1}^{\tau_{max}} j^{-\alpha_c}} \sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} P(\tau)u_c(\tau) \quad (11)$$

$P(\tau)$ は式(9)で既に明らかとなっているので、以上より $u_c(\tau)$ が式(12)のように求まる。

$$u_c(\tau) = \frac{1}{P(\tau)} (N - N_{LOB}^*) \frac{p_L - p_M}{p_L + p_M} \frac{\tau^{-\alpha_c}}{\sum_{j=1}^{\tau_{max}} j^{-\alpha_c}} \quad (12)$$

### 3.2.3 人工市場モデルへの適用

第2節の人工市場モデルにおいて、 $u_c(\tau)$ を式(12)によって定めた場合のシミュレーション結果について述べる。 $\tau_{max} = 10^7$ 、エージェント数は $N = 200$ 、その他のパラメータについては以下の通りとする。N エージェントの指値注文と成行注文の比率は $p_L:p_M = 0.5:0.045$ となるように定める。この数値は東証一部市場の4銘柄における注文の比率(表2)を参考にした。ティックサイズは1、初期価格は10000とする。

表2 注文タイプの選択比率(宮崎[6]より)

銘柄コード	4523	4661	6273	6954
成行注文	4.61%	4.48%	3.49%	4.59%
指値注文	52.43%	52.33%	51.63%	52.05%
キャンセル	42.97%	43.19%	44.88%	43.36%

指値注文の価格は、 $\Delta P$ を[1,1000]の範囲から $\Delta P^{-1.5}$ に従ってランダムに選び、買い注文の場合には最終約定価格から $\Delta P$ を引いた値を、売り注文の場合には加えた値に決定されるものとする。

この条件でシミュレーションを行ったところ、キャンセル寿命の冪分布を再現することが出来た。それを図3に示す。

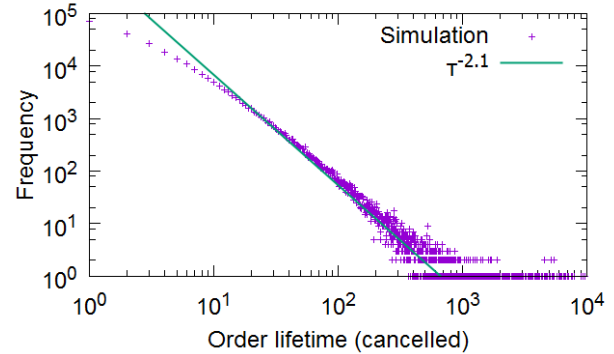


図3 人工市場シミュレーションのキャンセル寿命の分布

尚、約定寿命に関しては、冪分布に従うとは見做せなかった。これを図4に示す。

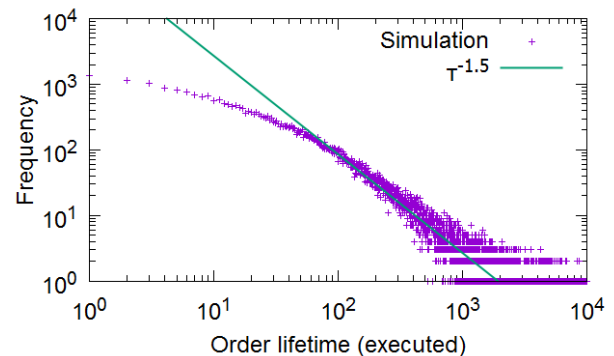


図4 人工市場シミュレーションの約定寿命の分布

## 4 結果と考察、今後の展望

3.2.3の人工市場モデルについて、その統計性質をいくつか調査し、考察を行う。まず、市場モデルとの妥当性検証として著名な stylized facts である volatility clustering と fat tail について調べた。その結果、前者は再現された(図5)が、後者に関してはリターンの累積分布の裾野が冪分布に従わず、現実以上に厚いことが分かった(図6)。このことは価格の時系列(図7)に垂直な振動が多々見られることにも表れている。



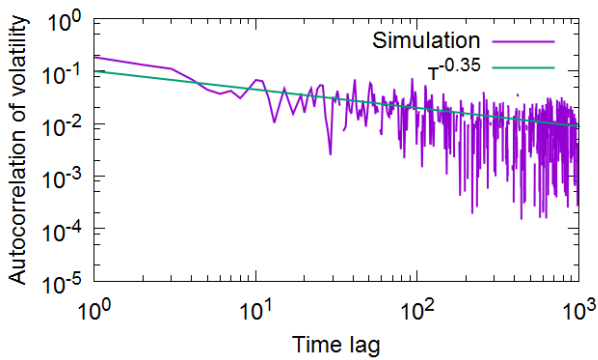


図5 ボラティリティの自己相関

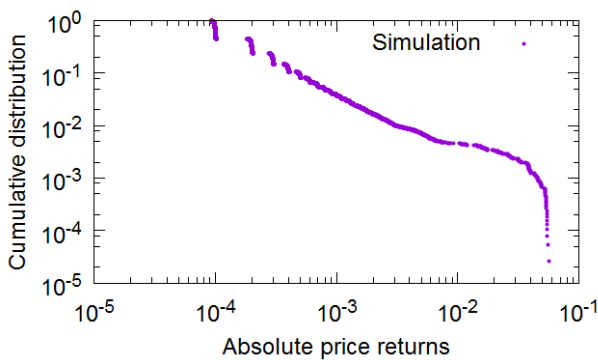


図6 リターンの累積分布

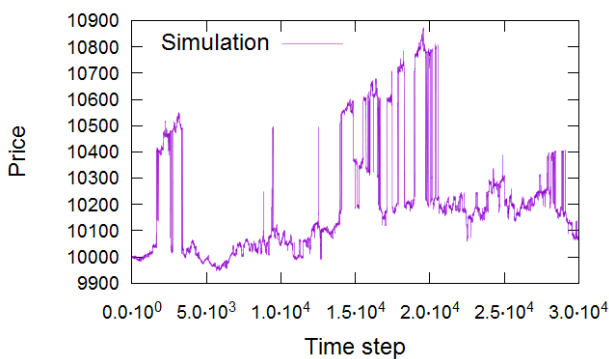


図7 価格時系列

垂直な振動という極めて大きな価格変動の連続が生じるのは、スプレッドが大きいにも関わらず指値注文がスプレッドを小さくする前に成行注文が出され約定することが多発しているということであり、N エージェントの指値・成行の使い分けや指値注文の価格の決定が適切でないということである。エージェントの指値・成行注文をランダムに決めるのではなく、執行コストと遅延リスクの問題から考察される必要がある。また指値・成行注文を執行コストと遅延リスクの問題から考察するのであれば、エー

ジェントがキャンセルする確率も注文がの経過時間のみではなく注文の価格等にも依存しなければならない。即ち、最良気配値に近い価格に置かれている注文は単位時間あたりのキャンセルされる確率が高く、最良気配値から遠い価格に置かれた注文はキャンセル率が低いということが知られている(図8)が、これは前者は遅延リスクを重く見て早期の約定を狙っているのに対し、後者は執行コストを重く見て有利な価格で取引したいと考えていると解釈出来る。従って、執行コストと遅延リスクから指値・成行注文の意思決定を行う際には、キャンセルの意思決定に関しても、自分が行った指値の意思決定に応じたものにならないといけない。現状では図9に示す通り、キャンセル率が最良気配値からの距離に応じて一旦減少するも、約100ティックを超えると逆に上昇してしまっている。

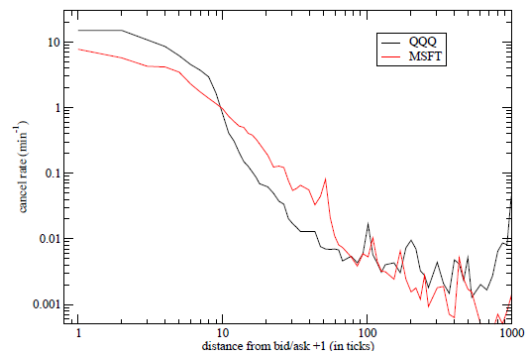


図8 価格とキャンセル率の関係(Potters[7]より) 横軸は注文の置かれている価格の最良気配値からの距離をティック数で表したもので、縦軸は10分間にその価格でキャンセルが行われた回数の平均値を、その価格の板の厚みの平均値で割ったもので、10分間のうちにその価格に存在する注文がどれ程キャンセルされるかを表す

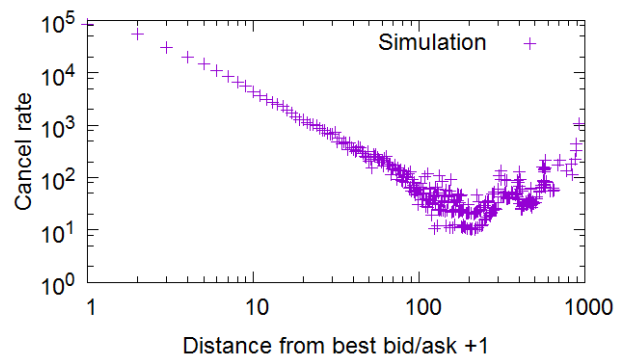


図9 価格とキャンセル率の関係 縦軸はキャンセル注文の総数を板の厚みの平均で割ったもの

また、現状ではモデルのエージェントの意思決定過程が一樣で、多様な投資戦略を持つ現実の市場を模倣し切れていない。以上の問題を解決する為、 $u_c(\tau)$ を指値注文の価格にも依存する $u_c(\tau, \Delta P)$ に拡張し、その後Nエージェントの指値・成行注文の意思決定のモデルを構築する予定である。 $u_c$ の拡張を先に行うのは、キャンセル率と価格の関係という、モデル拡張の妥当性を検証する統計則があるからである。 $u_c$ の拡張はキャンセル率と価格の問題の解決のみならず、エージェントの多様性の導入にもなると考えている。というのも、エージェント自体に短期的投資を好むか長期的投資を好むか選好を与えなくとも、偶然最良気配値に近い価格に注文を出したエージェントには以後それが約定またはキャンセルされるまで短期的投資をするトレーダーであるかのように振る舞い、最良気配値から遠い価格に注文を出したエージェントは長期的投資をするトレーダーであるかのように振る舞わせることが出来るからである。エージェント自体に多様な選好は無くとも、様々な選好のエージェントが常に生成と消滅を繰り返す形になる。Nエージェントの指値・成行注文の意思決定のモデルに関しては、妥当性検証に直接的に用いることが出来る統計性質を見つけるのが難しい。しかし、影響を与えるものは約定寿命の分布や板形状等多く存在する為、同じくそれらに影響を与えるキャンセルの問題を進展させた後に、それでも再現されなかった統計性質の再現という形で妥当性検証が行えるだろうと予想する。

加えて、現在の人工市場モデルでは $p_L = 0.5$ という束縛条件が必要であるが、表2を見れば分かる通り $p_L > 0.5$ に拡張される必要がある。これに関しては、指値・成行注文の数量を1に限定するという条件を緩和することで実現可能であると考えている。実際、少なくともHautsch[8]が分析したNASDAQの10銘柄については指値注文より成行注文の方が平均数量が大きく、その場合 $p_L > 0.5$ へ人工市場を拡張しても板上の注文数の均衡を保つことは可能な筈である。Nエージェントの意思決定に指値・成行注文の数量を加えることにより、現実の市場の観測値から人工市場における指値注文、成行注文、キャンセルの割合を決定し、現実と同じパラメータの下で市場の性質を考察することが出来るようになると思われる。

## 5 結論

キャンセル寿命の冪分布を再現する人工市場を、人工市場モデル全体からを一部の要素を取り出して簡略化したサブモデルの考察を基に構築した。その際、単一の注文のキャンセルまでの挙動を考察する

のは有効ではなかったが、市場全体が均衡点において安定的に振る舞う条件を考察することは有効であった。市場の均衡を考える為、キャンセル寿命のみの統計性質を再現するにあたっては、約定寿命についても考慮する必要があることが明らかとなった。

このようにして出来上がった人工市場モデルであるが、価格変動の統計性質を適切に再現していないことが分かり、指値注文、成行注文、キャンセルの何れにおいても意思決定モデルの改良が必要である。

## 参考文献

- [1] M. Avellaneda and S. Stoikov.: High-frequency trading in a limit order book, *Quantitative Finance*, Vol. 8, No. 3, pp. 217–224, (2008)
- [2] C. Chiarella, G. Iori, and J. Perelló: The impact of heterogeneous trading rules on the limit order book and order flows, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 33, No. 3, pp. 525–537, (2009)
- [3] Leal, S. J., Napoletano, M., Roventini, A., & Fagiolo, G. : Rock around the clock: an agent-based model of low-and high-frequency trading. *Journal of Evolutionary Economics*, Vol. 26, No. 1, pp. 49–76, (2016)
- [4] Leal, S. J., & Napoletano, M.: Market stability vs. market resilience: Regulatory policies experiments in an agent-based model with low-and high-frequency trading. *Journal of Economic Behavior & Organization* (in press), (2017)
- [5] D. Challet and R. Stinchcombe: Limit order market analysis and modelling: On a universal cause for overdiffusive prices, *Physica A: Statistical Mechanics and its Application*, Vol. 324, No. 1, pp. 141–145, (2003).
- [6] 宮崎文吾, 和泉潔, 山田健太: スプレッドに着目した確率的板モデルによる株価変動のハースト指数の再現, 第14回金融情報学研究会, Vol.14, (2015)
- [7] M. Potters and J. P. Bouchaud: More statistical properties of order books and price impact, *Physica A: Statistical Mechanics and its Application*, Vol. 324, No. 1–2, pp. 133–140, (2003)
- [8] N. Hautsch and R. Huang: Limit Order Flow, Market Impact, and Optimal Order Sizes: Evidence from NASDAQ TotalView-ITCH Data, (recorded in *Market Microstructure: Confronting Many Viewpoints*, pp. 137–161), (2012)